



## 第1章 相交线与平行线

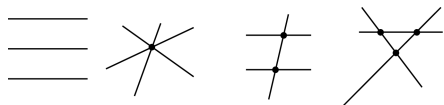
### 1.1 直线的相交

#### 课时1 对顶角

#### 刷基础

1. **C** 【解析】A 选项, 直线  $l_1$  与直线  $l_2$  相交, 点  $M$  在直线  $l_1$  上, 但不在直线  $l_2$  上, 故本选项不符合题意; B 选项, 直线  $l_1$  与直线  $l_2$  相交, 点  $M$  在直线  $l_2$  上, 但不在直线  $l_1$  上, 故本选项不符合题意; C 选项, 直线  $l_1$  与直线  $l_2$  相交, 点  $M$  既在直线  $l_1$  上, 又在直线  $l_2$  上, 故本选项符合题意; D 选项, 直线  $l_1$  与直线  $l_2$  相交, 点  $M$  既不在直线  $l_1$  上, 也不在直线  $l_2$  上, 故本选项不符合题意. 故选 C.

2. **B** 【解析】如图所示, 同一平面内的任意三条直线的交点个数可能为 0 或 1 或 2 或 3. 故选 B.



#### 3. **C**

4. **38** 【解析】由题意可得  $\angle AOB = \angle COD$ . 因为  $\angle AOB + \angle COD = 76^\circ$ , 所以  $\angle COD = 38^\circ$ , 故答案为 38.

5. **1** 【解析】平面内五条直线两两相交, 最少有 1 个交点, 最多有  $\frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$  (个) 交点, 最多有  $10 \times 2 = 20$  (对) 对顶角, 所以  $a = 10, b = 1, c = 20$ , 所以  $2a + b - c = 2 \times 10 + 1 - 20 = 1$ . 故答案为 1.

6. **14°** 【解析】因为点  $F$  为  $CD$  延长线上的一点, 所以  $\angle 1 = \angle FDB = 50^\circ$ , 所以  $\angle EDF = \angle FDB - \angle 2 = 14^\circ$ , 故答案为  $14^\circ$ .

7. 【解】(1) 相等. 理由: 由题意可知,  $\angle BOE + \angle AOC = 180^\circ$ ,  $\angle BOE + \angle AOE = 180^\circ$ , 所以  $\angle AOE = \angle AOC$ . 因为  $\angle BOD = \angle AOC$ , 所以  $\angle BOD = \angle AOE$ .

(2) 如图所示. 因为  $\angle BOD = \angle AOC = \alpha$ , 所以  $\angle AOD = 180^\circ - \alpha$ . 因为  $ON, OM$  分别是  $\angle AOC, \angle AOD$  的平分线, 所以  $\angle AON = \frac{1}{2} \angle AOC =$

#### 易错警示

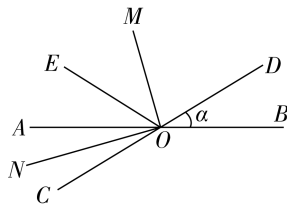
当几何题无图时, 可能存在多种符合题意的情况, 应根据题意画出相应的图形, 结合图形中各个角之间的关系分别求解.

#### 知识归纳

当两条直线相交所构成的四个角中有一个是直角时, 就说这两条直线互相垂直, 其中一条直线叫作另一条直线的垂线, 它们的交点叫作垂足.

$$\frac{1}{2}\alpha, \angle AOM = \frac{1}{2} \angle AOD = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha, \text{ 所以}$$

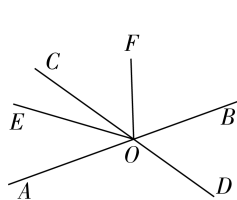
$$\angle MON = \angle AON + \angle AOM = \frac{1}{2}\alpha + 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha = 90^\circ.$$



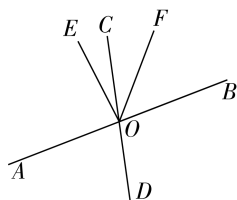
- (3) 因为  $\angle EOM = \frac{1}{3} \angle MON = \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ$ ,  $\angle AOE = \alpha$ ,  $\angle AON = \frac{1}{2}\alpha$ , 所以  $\angle MON = \angle MOE + \angle AOE + \angle AON = 30^\circ + \alpha + \frac{1}{2}\alpha = 90^\circ$ , 解得  $\alpha = 40^\circ$ .

#### 刷易错

8. **48° 或 72°** 【解析】如图(1), 当  $\angle BOF - \angle AOE = 36^\circ$  时, 设  $\angle BOF = x^\circ$ , 则  $\angle EOF = x^\circ$ ,  $\angle AOE = (x - 36)^\circ$ . 由平角的定义可知,  $x^\circ + x^\circ + (x - 36)^\circ = 180^\circ$ , 解得  $x = 72$ , 所以  $\angle BOF = 72^\circ$ . 如图(2), 当  $\angle AOE - \angle BOF = 36^\circ$  时, 设  $\angle BOF = x^\circ$ , 则  $\angle EOF = x^\circ$ ,  $\angle AOE = (x + 36)^\circ$ . 由平角的定义可知,  $x^\circ + x^\circ + (x + 36)^\circ = 180^\circ$ , 解得  $x = 48$ , 所以  $\angle BOF = 48^\circ$ . 故答案为  $48^\circ$  或  $72^\circ$ .



图(1)



图(2)

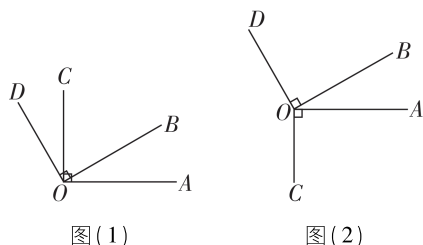
### 课时2 垂线

#### 刷基础

1. **C** 【解析】①  $\angle AOD = 90^\circ$ , 能说明  $AB \perp CD$ ; ② 因为  $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ ,  $\angle AOC = \angle BOC$ , 所以  $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ , 能说明  $AB \perp CD$ ; ③  $\angle AOC = \angle BOD$ , 不能说明  $AB \perp$

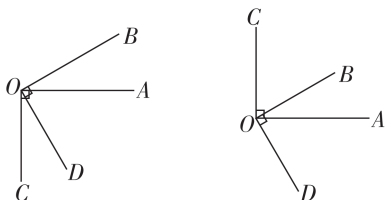
CD. 故选 C.

2. 【解】(1) 符合要求的图形如图(1)、图(2)、图(3)、图(4)所示.



图(1)

图(2)



图(3)

图(4)

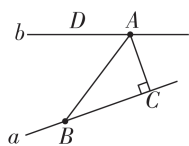
(2) 如图(1), 因为  $\angle AOB = 30^\circ$ , 射线  $OC \perp OA$ , 射线  $OD \perp OB$ , 所以  $\angle AOB + \angle BOC = 90^\circ$ ,  $\angle COD + \angle BOC = 90^\circ$ , 所以  $\angle AOB = \angle COD = 30^\circ$ . 如图(2), 因为  $\angle AOB = 30^\circ$ , 射线  $OC \perp OA$ , 射线  $OD \perp OB$ , 所以  $\angle AOB + \angle AOC + \angle BOD = 30^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 210^\circ$ , 所以  $\angle COD = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$ . 同理可得, 图(3)中,  $\angle AOB = \angle COD = 30^\circ$ . 图(4)中,  $\angle COD = \angle COA + \angle BOD - \angle BOA = 90^\circ + 90^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ . 综上,  $\angle COD$  的度数为  $30^\circ$  或  $150^\circ$ .

3. C 【解析】因为  $OA \perp l$ ,  $OB \perp l$ , 垂足为  $O$ , 所以直线  $OA$  与直线  $OB$  重合(在同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直), 故选 C.

4. C 【解析】因为  $\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$ , 所以  $CD < AC < AB$ . 因为  $AB = \sqrt{5}$ ,  $CD = \sqrt{3}$ , 所以  $\sqrt{3} < AC < \sqrt{5}$ , 所以  $AC$  的长可能是 2. 故选 C.

5. 【解】(1) 如图所示, 从火车站到码头沿  $BA$  走最近. 因为两点之间线段最短.

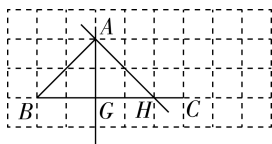
(2) 如图所示, 过点  $A$  作  $AC \perp a$  于点  $C$ . 从码头到铁路沿  $AC$  走最近. 因为垂线段最短.



6. D 【解析】根据题意得, 立定跳远和铅球的成绩分别对应的是线段  $BC$  和  $EF$  的长. 故选 D.

7. 【解】(1) 如图, 直线  $AG$  即为所求.

(2) 如图, 直线  $AH$  即为所求.



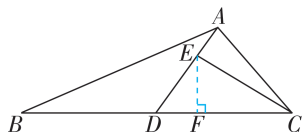
(3) 由图可知点  $A$  到直线  $BC$  的距离等于 2 个单位长度. 故答案为 2.

### 刷提升

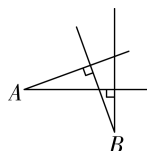
1. A 【解析】因为  $\angle AOC : \angle AOD = 7 : 11$ ,  $\angle AOC + \angle AOD = 180^\circ$ , 所以  $\angle AOC = 180^\circ \times \frac{7}{7+11} = 70^\circ$ , 所以  $\angle BOD = \angle AOC = 70^\circ$ . 因为

$OE$  平分  $\angle BOD$ , 所以  $\angle DOE = \frac{1}{2} \angle BOD = 35^\circ$ . 因为  $OE \perp OF$ , 所以  $\angle EOF = 90^\circ$ , 所以  $\angle DOF = \angle EOF - \angle DOE = 55^\circ$ , 故选 A.

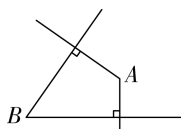
2. C 【解析】如图, 过点  $E$  作  $EF \perp BC$  于点  $F$ . 因为  $E$  到  $BC$  的距离为 3, 所以  $EF = 3$ . 因为三角形  $AEC$  的面积为 12,  $ED = 2AE$ , 所以三角形  $CDE$  的面积为  $2 \times 12 = 24$ , 所以  $\frac{1}{2} CD \times EF = 24$ , 所以  $CD = 16$ . 因为  $D$  为  $BC$  的中点, 所以  $BC = 2CD = 32$ , 故选 C.



3. C 【解析】因为  $\angle A$  与  $\angle B$  的两边分别垂直, 所以  $\angle A = \angle B$  或  $\angle A + \angle B = 180^\circ$ . 设  $\angle B = x^\circ$ , 则  $\angle A = (3x - 40)^\circ$ . 分类讨论如下: ① 如图(1), 当  $\angle A = \angle B$  时,  $3x - 40 = x$ , 解得  $x = 20$ , 则  $\angle A = 20^\circ$ ; ② 如图(2), 当  $\angle A + \angle B = 180^\circ$  时,  $3x - 40 + x = 180$ , 解得  $x = 55$ , 则  $\angle A = 125^\circ$ . 综上所述,  $\angle A$  的度数为  $20^\circ$  或  $125^\circ$ . 故选 C.



图(1)



图(2)

4.  $\frac{28}{5}$  【解析】设  $DE = x$ . 因为  $EF = 4DE$ , 所以  $EF = 4x$ . 因为  $AE = 2$ , 所以  $DF = 2$ ,  $FB = 2$ , 所以  $x + 4x = 2$ , 所以  $x = \frac{2}{5}$ , 所以  $EF = \frac{8}{5}$ , 所以  $AE + EF + FB = 2 + \frac{8}{5} + 2 = \frac{28}{5}$ , 即点  $A$  到  $BC$  的距离为  $\frac{28}{5}$ , 故答案为  $\frac{28}{5}$ .

### 关键点拨

因为在点  $C$  到  $AD$  上各点的连线中, 垂线段最短, 所以  $CD < AC$ ; 同理, 在点  $A$  到  $BC$  上各点的连线中, 垂线段最短, 所以

### 易错警示

注意分类讨论, 避免漏解.

### 思路分析

(1) 从火车站到码头的距离是点到点的距离, 即两点间的距离. 依据两点之间线段最短解答.

(2) 从码头到铁路的距离是点到直线的距离. 依据垂线段最短解答.

5. (1)  $15^\circ$  (2)  $2\alpha$  【解析】(1) 因为  $\angle AOC = 30^\circ$ , 所以  $\angle BOC = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ . 因为  $OE$  平分  $\angle BOC$ , 所以  $\angle COE = \angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$ . 因为  $OC \perp OD$ , 所以  $\angle COD = 90^\circ$ , 所以  $\angle EOD = \angle COD - \angle COE = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ , 故答案为  $15^\circ$ .
- (2) 因为  $OC \perp OD$ , 所以  $\angle COD = 90^\circ$ . 因为  $\angle DOE = \alpha$ , 所以  $\angle COE = 90^\circ - \angle DOE = 90^\circ - \alpha$ . 因为  $OE$  平分  $\angle BOC$ , 所以  $\angle COB = 2\angle COE = 2 \times (90^\circ - \alpha) = 180^\circ - 2\alpha$ , 所以  $\angle AOC = 180^\circ - \angle COB = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 2\alpha$ , 故答案为  $2\alpha$ .

刷素养

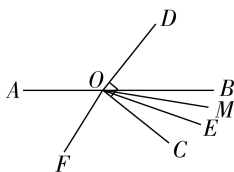
6. 【解】(1) 因为  $OC \perp OD$ , 所以  $\angle COD = 90^\circ$ . 因为  $\angle AOD = 35^\circ$ , 所以  $\angle AOC = 90^\circ - \angle AOD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ , 所以  $\angle BOC = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$ . 因为  $OE$  平分  $\angle BOC$ , 所以  $\angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 125^\circ = 62.5^\circ$ .

- (2) ①  $\angle DOE = \frac{1}{2} \angle AOC$ . 理由如下:

根据题意可得  $\angle AOC = 180^\circ - \angle BOC$ . 因为  $OC \perp OD$ , 所以  $\angle COD = 90^\circ$ . 因为  $OE$  平分  $\angle BOC$ , 所以  $\angle COE = \frac{1}{2} \angle BOC$ , 所以  $\angle DOE = 90^\circ - \angle COE = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BOC) = \frac{1}{2} \angle AOC$ , 所以  $\angle DOE = \frac{1}{2} \angle AOC$ .

②  $2\angle FOM + 5\angle DOE = 540^\circ$ . 理由: 根据题意画出图如图所示, 则

$\angle AOD = 180^\circ - \angle BOD = 180^\circ - (90^\circ - \angle BOC) = 90^\circ + \angle BOC = 90^\circ + 2\angle COE$ ,  $\angle AOF = 180^\circ - \angle BOC - \angle COF = 180^\circ - 2\angle COE - \angle COF$ . 因为  $3\angle AOD - \angle AOF + 2\angle MOE = 13\angle COE + \angle AOF$ , 所以  $3(90^\circ + 2\angle COE) - (180^\circ - 2\angle COE - \angle COF) + 2\angle MOE = 13\angle COE + (180^\circ - 2\angle COE - \angle COF)$ , 整理得  $2\angle COF + 2\angle MOE - 90^\circ = 3\angle COE$ . 因为  $\angle FOM = \angle COF + \angle COE + \angle MOE$ , 所以  $2(\angle FOM - \angle COE) - 90^\circ = 3\angle COE$ , 所以  $2\angle FOM = 5\angle COE + 90^\circ$ . 因为  $\angle COE = 90^\circ - \angle DOE$ , 所以  $2\angle FOM = 5(90^\circ - \angle DOE) + 90^\circ$ , 所以  $2\angle FOM + 5\angle DOE = 540^\circ$ .



刷有所得

注意分辨同位角有以下几个要点: ①分清截线与被截直线; ②两个相同, 即在截线同旁和在被截直线同侧.

归纳总结

同位角的边构成“F”形, 内错角的边构成“Z”形, 同旁内角的边构成“U”形.

## 1.2 同位角、内错角、同旁内角



### 刷基础

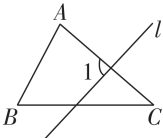
1. A 【解析】由题图结合同位角的概念可得, 与  $\angle 1$  构成同位角的是  $\angle 2$ . 故选 A.
2.  $\angle ACD$  和  $\angle CDB$  【解析】由同位角的定义可得, 与  $\angle AOB$  是同位角的是  $\angle ACD$  和  $\angle CDB$ . 故答案为  $\angle ACD$  和  $\angle CDB$ .
3. 4 【解析】 $AB, GD$  被  $AF$  所截,  $\angle BAG$  与  $\angle DGF$  是同位角;  $AC, GE$  被  $AF$  所截,  $\angle CAG$  与  $\angle EGF$  是同位角;  $AB, GE$  被  $AF$  所截,  $\angle BAG$  与  $\angle EGF$  是同位角;  $AC, GD$  被  $AF$  所截,  $\angle CAG$  与  $\angle DGF$  是同位角. 综上, 共有 4 对同位角. 故答案为 4.
4. B 【解析】 $\angle 2$  与  $\angle 1$  在截线同一侧, 不是内错角, 故选项 A 不符合题意;  $\angle 3$  与  $\angle 1$  是内错角, 故选项 B 符合题意;  $\angle 4$  与  $\angle 1$  不在同一条截线的两侧, 不是内错角, 故选项 C 不符合题意;  $\angle 5$  与  $\angle 1$  是同位角, 故选项 D 不符合题意. 故选 B.
5.  $\angle 2, \angle 3$  【解析】由题图可得与  $\angle C$  是内错角的是  $\angle 2, \angle 3$ . 故答案为  $\angle 2, \angle 3$ .
6. B 【解析】两只手的食指和拇指在同一个平面内, 两个拇指所在的两条直线被两个食指所在的直线所截, 并且形成的两角位于两直线之间且在截线同侧, 因而构成的一对角可看成是同旁内角. 故选 B.
7.  $\angle 5$  【解析】因为  $\angle 5$  与  $\angle 4$  都在直线  $a, b$  之间, 且它们都在直线  $c$  的同旁, 所以与  $\angle 4$  是同旁内角的是  $\angle 5$ . 故答案为  $\angle 5$ .
8. 【解】(1)  $\angle 1$  与  $\angle 2$  是内错角, 是由直线  $AD, BC$  被直线  $BD$  所截得到的.
- (2)  $\angle 2$  与  $\angle 3$  是同旁内角, 是由直线  $BC, CD$  被直线  $BD$  所截得到的.
- (3)  $\angle BDE$  与  $\angle C$  是同位角, 是由直线  $BC, BD$  被直线  $CE$  所截得到的.
9. 4 230 【解析】与  $\angle C$  构成同旁内角的角有  $\angle ADC, \angle DAC, \angle B, \angle BAC$ , 共 4 个.  $\angle ADC + \angle DAC + \angle B + \angle BAC = (\angle ADC + \angle DAC) + (\angle B + \angle BAC) = (180^\circ - \angle C) + (180^\circ - \angle C) = (180^\circ - 65^\circ) + (180^\circ - 65^\circ) = 115^\circ + 115^\circ = 230^\circ$ . 故答案为 4, 230.
10.  $70^\circ \quad 45^\circ \quad 70^\circ$  【解析】因为  $\angle 2 + \angle 4 =$

$180^\circ$ ,  $\angle 2 = 110^\circ$ , 所以  $\angle 4 = 70^\circ$ . 因为  $\angle 1$  和  $\angle 4$  是一对同位角, 所以  $\angle 1$  的同位角的度数是  $70^\circ$ . 由题图可知,  $\angle 4$  的内错角是  $\angle 1$  的对顶角,  $\angle 1 = 45^\circ$ , 所以  $\angle 4$  的内错角的度数是  $45^\circ$ . 因为  $\angle 3$  和  $\angle 4$  是一对同旁内角, 所以  $\angle 3$  的同旁内角的度数是  $70^\circ$ . 故答案为  $70^\circ, 45^\circ, 70^\circ$ .

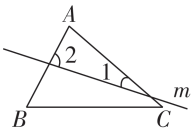
刷提升

1. **C** 【解析】①  $\angle 1$  与  $\angle 2$  是对顶角, 正确; ②  $\angle 3$  与  $\angle 4$  是同旁内角, 正确; ③  $\angle 5$  与  $\angle 6$  不是同旁内角, 而是邻补角, 错误; ④  $\angle 1$  与  $\angle 4$  是内错角, 正确. 综上, 正确的有①②④, 共 3 个. 故选 C.
2.  $36^\circ$  【解析】因为  $\angle 1 = 2\angle 2$ ,  $\angle 2 = 2\angle 3$ , 所以设  $\angle 3 = x$ , 则  $\angle 2 = 2x$ ,  $\angle 1 = 4x$ . 因为  $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ , 所以  $4x + x = 180^\circ$ , 解得  $x = 36^\circ$ , 即  $\angle 3 = 36^\circ$ .

3. **16** 【解析】同位角有  $\angle 1$  与  $\angle C$ ,  $\angle 5$  与  $\angle C$ , 内错角有  $\angle 2$  与  $\angle 4$ ,  $\angle 3$  与  $\angle 5$ , 同旁内角有  $\angle 2$  与  $\angle 5$ ,  $\angle 3$  与  $\angle 4$ ,  $\angle 4$  与  $\angle C$ ,  $\angle 3$  与  $\angle C$ , 所以  $a = 2, b = 2, c = 4$ , 所以  $abc = 2 \times 2 \times 4 = 16$ , 故答案为 16.
4. 【解】(1) 如图(1), 直线  $l$  即为所求,  $\angle A$  与  $\angle B, \angle C, \angle 1$  成同旁内角. (答案不唯一)



图(1)



图(2)

- (2) 如图(2), 直线  $m$  即为所求,  $\angle A$  与  $\angle B, \angle C, \angle 1, \angle 2$  成同旁内角. (答案不唯一)
5. 【解】(1) 路径:  $\angle 1 \xrightarrow{\text{内错角}} \angle 12 \xrightarrow{\text{同旁内角}} \angle 8$  (答案不唯一).
- (2) 能, 其路径为  $\angle 1 \xrightarrow{\text{同位角}} \angle 10 \xrightarrow{\text{内错角}} \angle 5 \xrightarrow{\text{同旁内角}} \angle 8$ .

刷素养

6. (1) 2 (2) 6 (3) 24 (4)  $n(n-1)(n-2)$
- 【解析】(1) 直线  $l_1, l_2$  被直线  $l_3$  所截, 在这个基本图形中, 形成了 2 对同旁内角.
- (2) 平面内三条直线  $l_1, l_2, l_3$  两两相交, 交点分别为  $A, B, C$ , 一共有  $3 \times 2 = 6$  (对) 同旁内角.
- (3) 平面内四条直线两两相交, 交点最多为

**易错警示**  
根据定义分别确定同位角、内错角、同旁内角的对数, 不要漏数.

**关键点拨**  
掌握同旁内角的定义是解答本题的关键.

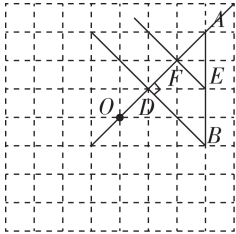
6 个, 最多可以形成  $4 \times (4-1) \times (4-2) = 24$  (对) 同旁内角.

(4) 平面内  $n$  ( $n \geq 3$ , 且  $n$  为整数) 条直线两两相交, 最多可以形成  $n(n-1)(n-2)$  对同旁内角.

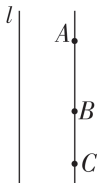
1.3 平行线

刷基础

1. **B** 【解析】在同一平面内, 两条不重合的直线只有两种位置关系, 即平行或相交, 故选 B.
2. (1) ①// ②// ③// ④ $\perp$  (2) 不是 同一平面 【解析】(1) 根据长方体的性质可知,  $AB \parallel CD, AB \parallel EF, BH \parallel DF, BH \perp GH$ , 故答案为①//, ②//, ③//, ④ $\perp$ .
- (2)  $BC$  与  $DF$  所在的直线不相交, 它们不是平行线, 由此可知, 在同一平面内, 不相交的两条直线才是平行线. 故答案为不是, 同一平面.
3. ④②①③ 【解析】正确的操作顺序是④用三角尺的一边紧贴住直线  $a$ ; ②用直尺紧靠三角尺的另一边; ①沿直尺上移三角尺使三角尺紧贴直线  $a$  的一边经过点  $P$ ; ③沿三角尺的边作出直线  $b$ . 故答案为④②①③.
4. 【解】(1) 如图, 直线  $OA$  即为所求.
- (2) 如图, 直线  $BD$  即为所求.
- (3) 如图, 直线  $EF$  即为所求.



5. **A** 【解析】A 选项, 若点在直线上, 则不可以作已知直线的平行线, 原说法不正确, 故本选项符合题意; B 选项, 在同一平面内, 两条不相交且不重合的直线是平行线, 说法正确, 故本选项不符合题意; C 选项, 过直线外一点只能画一条直线与已知直线平行, 说法正确, 故本选项不符合题意; D 选项, 平行于同一直线的两直线平行, 说法正确, 故本选项不符合题意. 故选 A.
6. 【解】 $A, B, C$  三点在同一条直线上, 如图所示.





理由:过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行.

### 刷素养

7. 【解】一组互相平行的直线共  $n$  条,构成的平行四边形的个数为  $x$ ,当  $n=2$  时, $x=1=\frac{1}{2}\times 2\times (2-1)$ ;当  $n=3$  时, $x=3=\frac{1}{2}\times 3\times (3-1)$ ;当  $n=4$  时, $x=6=\frac{1}{2}\times 4\times (4-1)$ ;...;所以  $x=\frac{1}{2}n(n-1)$ ,所以当  $n=5$  时, $x=\frac{1}{2}\times 5\times (5-1)=10$ .

填表如下:

$n$	2	3	4	5	...	$n$
$x$	1	3	6	10	...	$\frac{1}{2}n(n-1)$

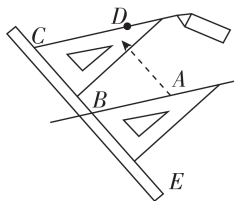
## 1.4 平行线的判定

### 课时1 利用同位角判定直线平行

### 刷基础

1. D 【解析】由题目的条件和图形不能判定  $l_1//l_2, l_2//l_3, l_1//l_3$ ,故选项 A、B、C 不符合题意;因为  $101^\circ$  角的邻补角度数是  $79^\circ$ ,所以  $l_4$  和  $l_5$  被  $l_1$  截得的同位角相等,所以  $l_4//l_5$ ,故选项 D 符合题意. 故选 D.

2. 同位角相等,两直线平行 【解析】如图,根据题意得  $\angle ABE = \angle DCE$ ,所以  $AB//CD$ ,其依据是同位角相等,两直线平行.



3. 平行 【解析】由同位角相等,两直线平行可知,经过两次拐弯后,小轿车行驶的方向与最初行驶的方向平行. 故答案为平行.

4. 【解】 $AB$  与  $ED$  平行. 理由:因为  $\angle 1 + \angle COA = 180^\circ$ ,  $\angle 1 = 75^\circ$ ,所以  $\angle COA = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ . 因为  $\angle 2 = 105^\circ$ ,所以  $\angle AOC = \angle 2$ ,所以  $AB//ED$ .

5. 【解】因为  $DE \perp BC, FG \perp BC$ ,所以  $\angle DEB = \angle CGF = 90^\circ$ ,所以  $\angle 1 + \angle BEH = 90^\circ$ ,  $\angle 2 + \angle C = 180^\circ - \angle CGF = 90^\circ$ . 因为  $\angle 1 = \angle 2$ ,所以  $\angle BEH = \angle C$ ,所以  $HE//AC$ .

6. 【解】在三角形  $FCD$  中,因为  $\angle C = 90^\circ$ ,所以

### 技巧点拨

规律题至少需写出前三个图形的规律,并从中总结出一般性规律,进而推出后续的结论.

### 易错警示

同位角相等,才能判定两直线平行. 在同位角的数量关系不明确的情况下,无法判断两直线的位置关系.

$\angle DFC + \angle 2 = 90^\circ$ . 因为  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ,所以  $\angle 1 = \angle DFC$ ,所以  $BE//DF$ .

7. C 【解析】A 选项,如果  $a//b, a \perp c$ ,那么  $b \perp c$ ,说法正确;B 选项,如果  $b//a, c//a$ ,那么  $b//c$ ,说法正确;C 选项,如果  $b \perp a, c \perp a$ ,那么  $b//c$ ,原说法错误;D 选项,如果  $b \perp a, c \perp a$ ,那么  $b//c$ ,说法正确. 故选 C.

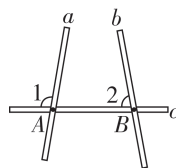
8. 在同一平面内,垂直于同一条直线的两条直线平行 【解析】木工用角尺画出  $CD//EF$ ,其依据是在同一平面内,垂直于同一条直线的两条直线平行.

### 刷易错

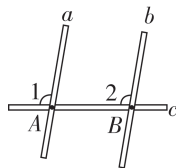
9. D 【解析】因为同位角的数量关系不明确,所以无法判断两直线的位置关系. 故选 D.

### 刷提升

1. B 【解析】A 选项,木条  $b$  绕点  $B$  顺时针旋转  $20^\circ$ ,如图(1),则  $\angle 2 = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ \neq \angle 1$ ,所以木条  $a$  与  $b$  不平行,故 A 选项不符合题意;



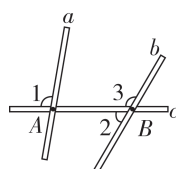
图(1)



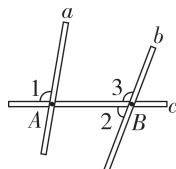
图(2)

- B 选项,木条  $b$  绕点  $B$  顺时针旋转  $40^\circ$ ,如图(2),则  $\angle 2 = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ = \angle 1$ ,所以木条  $a$  与  $b$  平行,故 B 选项符合题意;

- C 选项,木条  $b$  绕点  $B$  逆时针旋转  $120^\circ$ ,如图(3),则  $\angle 2 = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ ,所以  $\angle 3 = 120^\circ \neq \angle 1$ ,所以木条  $a$  与  $b$  不平行,故 C 选项不符合题意;



图(3)



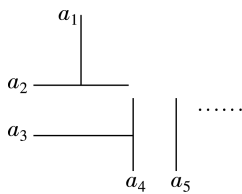
图(4)

- D 选项,木条  $b$  绕点  $B$  逆时针旋转  $130^\circ$ ,如图(4),则  $\angle 2 = 130^\circ - 60^\circ = 70^\circ$ ,所以  $\angle 3 = 110^\circ \neq \angle 1$ ,所以木条  $a$  与  $b$  不平行,故 D 选项不符合题意. 故选 B.

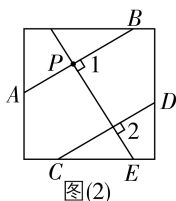
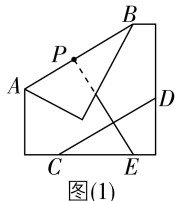
2. B 【解析】A 选项,同位角  $\angle CAB = \angle NCD$ ,故  $AB//CD$ ,正确,不符合题意;B 选项,由  $\angle DCG = \angle BAC$  不能得到  $AB//CD$ ,所以 B 选项错误,

符合题意; C 选项, 由  $\angle MAE = \angle ACG$ ,  $\angle DCG = \angle BAE$ , 可得同位角  $\angle BAM = \angle DCM$ , 故  $AB \parallel CD$ , 正确, 不符合题意; D 选项, 同位角  $\angle MAB = \angle ACD$ , 故  $AB \parallel CD$ , 正确, 不符合题意. 故选 B.

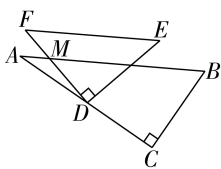
3. **垂直** 【解析】如图,  $a_1 \perp a_2, a_2 \parallel a_3, a_3 \perp a_4, a_4 \parallel a_5, \dots$ , 所以  $a_1 \perp a_2, a_1 \perp a_3, a_1 \parallel a_4, a_1 \parallel a_5$ , 依次类推, 可得  $a_1 \perp a_6, a_1 \perp a_7, a_1 \parallel a_8, a_1 \parallel a_9, \dots$ , 可以看成每 4 个位置关系为一个循环. 因为  $2\ 022 \div 4 = 505 \dots 2$ , 所以  $a_1 \perp a_{2\ 022}$ . 故答案为垂直.



4. 【解】如图(1), 由题图(2)可知  $CD \perp PE$ , 由题图(3)可知  $AB \perp PE$ , 所以  $AB \parallel CD$ , 即在同一平面内, 垂直于同一条直线的两条直线互相平行. 或如图(2), 因为  $AB \perp PE, CD \perp PE$ , 所以  $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ , 所以  $AB \parallel CD$ , 即同位角相等, 两直线平行.



5. 【解】 $EF \parallel AB$ . 理由如下: 设  $DF$  与  $AB$  的交点为  $M$ , 如图. 因为  $\angle C = 90^\circ, \angle B = 60^\circ$ , 所以  $\angle A = 30^\circ$ . 因为  $\angle ADF = 15^\circ$ , 所以  $\angle BMD = 180^\circ - \angle AMD = \angle A + \angle ADF = 45^\circ$ . 因为  $\angle FDE = 90^\circ, \angle E = 45^\circ$ , 所以  $\angle F = 45^\circ$ , 所以  $\angle BMD = \angle F$ , 所以  $EF \parallel AB$ .



**刷素养** .....

6. 【解】(1)  $DF \parallel AM$ . 理由如下: 因为  $\angle C = 90^\circ, DE \perp AB$ , 所以  $\angle BAC + \angle CDE = 360^\circ - 90^\circ \times 2 = 180^\circ$ . 因为  $AM$  平分  $\angle BAC, DF$  平分  $\angle CDE$ , 所以  $\angle CAM = \frac{1}{2} \angle BAC, \angle CDF = \frac{1}{2} \angle CDE$ , 所以  $\angle CAM + \angle CDF = \frac{1}{2} (\angle BAC + \angle CDE) = 90^\circ$ . 又因为  $\angle CAM + \angle CMA = 180^\circ - \angle C = 90^\circ$ , 所以  $\angle CDF = \angle CMA$ , 所以  $DF \parallel AM$ . (2) ①如图(1), 延长  $DF$  交  $AM$  于点  $N$ . 因为  $\angle ACB = 90^\circ, DE \perp AB$ , 所以  $\angle BAC + \angle B = \angle BDE + \angle B = 90^\circ$ , 所以  $\angle BAC = \angle CDE$ .

### 关键点拨

分析出每 4 个位置关系为一个循环是解题的关键.

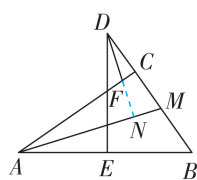
### 思路分析

(1) 首先推出  $\angle BAC + \angle CDE = 180^\circ$ , 然后根据  $AM$  平分  $\angle BAC, DF$  平分  $\angle CDE$  推出  $\angle CAM + \angle CDF = 90^\circ$ , 最后根据等量代换推出  $\angle CDF = \angle CMA$ , 从而得出  $DF \parallel AM$ .

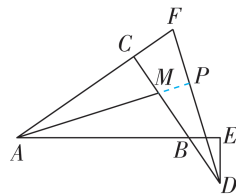
因为  $AM$  平分  $\angle BAC, DF$  平分  $\angle CDE$ , 所以  $\angle CAM = \angle CDF$ . 因为  $\angle CAM + \angle AMC = 90^\circ$ , 所以  $\angle CDF + \angle AMC = 90^\circ$ , 所以  $\angle DNM = 90^\circ$ , 所以  $DF \perp AM$ . 故答案为  $DF \perp AM$ .

②如图(2), 延长  $AM$  交  $DF$  于点  $P$ .

因为  $\angle ACB = 90^\circ, DE \perp AB$ , 所以  $\angle BAC + \angle ABC = \angle BDE + \angle DBE = 90^\circ$ . 因为  $\angle ABC = \angle DBE$ , 所以  $\angle BAC = \angle CDE$ . 因为  $AM$  平分  $\angle BAC, DF$  平分  $\angle CDE$ , 所以  $\angle CAM = \angle CDF$ . 因为  $\angle CDF + \angle F = 90^\circ$ , 所以  $\angle CAM + \angle F = 90^\circ$ , 所以  $\angle APF = 90^\circ$ , 所以  $DF \perp AM$ . 故答案为  $DF \perp AM$ .



图(1)



图(2)

## 课时 2 利用内错角、同旁内角判定直线平行



### 刷基础

1. **B** 【解析】A 选项,  $\angle 1$  与  $\angle 2$  既不是内错角, 也不是同位角, 所以不一定能判定纸带两条边线  $a, b$  互相平行, 故该选项不符合题意; B 选项,  $\angle 1$  与  $\angle 2$  是内错角, 且  $\angle 1 = \angle 2$ , 所以一定能判定纸带两条边线  $a, b$  互相平行, 故该选项符合题意; C 选项,  $\angle 1$  与  $\angle 2$  既不是内错角, 也不是同位角, 所以不一定能判定纸带两条边线  $a, b$  互相平行, 故该选项不符合题意; D 选项,  $\angle 1$  与  $\angle 2$  既不是内错角, 也不是同位角, 所以不一定能判定纸带两条边线  $a, b$  互相平行, 故该选项不符合题意. 故选 B.

2. **30** 【解析】由题意可得  $\angle E = 30^\circ$ , 所以当  $\angle ECB = 30^\circ$  时,  $DE \parallel BC$ . 故答案为 30.

3. **角平分线的定义 3 等量代换 内错角相等, 两直线平行**

4. 【解】(1) 因为  $OB$  平分  $\angle DOE$ , 所以  $\angle DOE = 2\angle 2$ . 因为  $\angle 2 : \angle 3 = 2 : 5$ , 所以  $\angle 3 = \frac{5}{2} \angle 2$ . 因为  $\angle DOE + \angle 3 = 180^\circ$ , 所以  $\frac{5}{2} \angle 2 + 2\angle 2 = 180^\circ$ , 所以  $\angle 2 = 40^\circ$ .

(2) 因为  $OB$  平分  $\angle DOE, OA$  平分  $\angle COE$ , 所以  $\angle DOE = 2\angle 2, \angle COE = 2\angle AOC$ . 因为  $\angle DOE + \angle COE = 180^\circ$ , 所以  $2\angle AOC + 2\angle 2 = 180^\circ$ , 所以  $\angle AOC + \angle 2 = 90^\circ$ . 因为  $\angle 1 + \angle 2 =$

90°, 所以  $\angle 1 = \angle AOC$ , 所以  $AB \parallel CD$ .

5. **B** 【解析】当  $\angle 1 = \angle 2$  时,  $c \parallel d$ , 故 A 选项不合题意; 当  $\angle 1 = \angle 4$  时,  $a \parallel b$ , 故 B 选项符合题意; 当  $\angle 2 = \angle 4$  时, 不能判定  $a \parallel b$ , 故 C 选项不合题意; 当  $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$  时,  $c \parallel d$ , 故 D 选项不合题意. 故选 B.

6.  $\angle A + \angle D = 180^\circ$  (答案不唯一) 【解析】当  $\angle A + \angle D = 180^\circ$  时,  $AB \parallel CD$ . 故答案为  $\angle A + \angle D = 180^\circ$  (答案不唯一).

7. ①③ 【解析】① 因为  $\angle ABC + \angle BCD = 100^\circ + 80^\circ = 180^\circ$ , 同旁内角互补, 两直线平行, 所以  $AB \parallel CD$ , 满足要求; ②  $\angle ABC = \angle BAD = 100^\circ$ , 无法判定  $AB \parallel CD$ , 不满足要求; ③ 因为  $\angle BAD + \angle ADC = 100^\circ + 80^\circ = 180^\circ$ , 同旁内角互补, 两直线平行, 所以  $AB \parallel CD$ , 满足要求. 综上所述, ①③ 符合要求, 故答案为 ①③.

8. 【解】(1)  $AB$  与  $CD$  平行. 理由如下: 因为  $BE$ ,  $DE$  分别平分  $\angle ABD$ ,  $\angle BDC$ , 所以  $\angle FBD = \frac{1}{2} \angle ABD$ ,  $\angle BDE = \frac{1}{2} \angle BDC$ . 因为  $\angle BED = 90^\circ$ , 所以  $\angle FBD + \angle BDE = 90^\circ$ , 所以  $\angle ABD + \angle BDC = 180^\circ$ , 所以  $AB \parallel CD$ .

(2)  $\angle EFD + \angle BDE = 90^\circ$ . 理由如下: 因为  $DE$  平分  $\angle BDC$ , 所以  $\angle BDE = \angle FDE$ . 因为  $\angle BED = 90^\circ = \angle DEF$ , 所以  $\angle EFD + \angle FDE = 90^\circ$ , 所以  $\angle EFD + \angle BDE = 90^\circ$ .

### 刷提升

1. **B** 【解析】因为  $\angle CAB = \angle DAE = 90^\circ$ , 所以  $\angle 1 = \angle 3$ , 故 A 错误. 因为  $\angle 2 = 30^\circ$ , 所以  $\angle 1 = 60^\circ$ , 所以  $\angle CAE = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ , 所以  $\angle E + \angle CAE = 180^\circ$ , 所以  $AC \parallel DE$ , 故 B 正确. 因为  $\angle 2 = 45^\circ$ , 所以  $\angle 3 = \angle B = 45^\circ$ . 因为  $\angle E + \angle 3 = \angle B + \angle 4$ , 所以  $\angle 4 = \angle E = 30^\circ$ . 因为  $\angle D = 60^\circ$ , 所以  $\angle 4 \neq \angle D$ , 故 C 错误. 因为  $\angle 2 = 50^\circ$ , 所以  $\angle 3 = 40^\circ$ , 所以  $\angle B \neq \angle 3$ , 所以  $BC$  不平行于  $AE$ , 故 D 错误. 故选 B.

2.  $108^\circ$  【解析】如图, 因为  $\angle 1 = 140^\circ$ ,  $\angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$ , 所以  $\angle 5 = 40^\circ$ . 因为  $\angle 2 = 40^\circ$ , 所以  $\angle 2 = \angle 5$ , 所以  $AB \parallel CD$ . 当  $\angle 4 = 108^\circ$  时, 因为  $\angle 3 = 108^\circ$ , 所以  $\angle 3 = \angle 4$ , 所以  $CD \parallel EF$ , 所以  $AB \parallel EF$ , 故答案为  $108^\circ$ .

### 思路分析

由已知角度  $72^\circ$  可以得到 5 对内错角相等, 进而确定 5 对平行线.

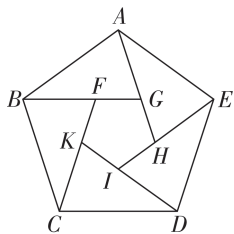
### 关键点拨

当  $AB \parallel CD$  时, 有两种情况:  $AB$  与  $CD$  在  $EF$  的两侧,  $AB$  与  $CD$  都在  $EF$  的右侧.

### 思路分析

根据邻补角的定义结合题意得到  $\angle 2 = \angle 5$ , 则  $AB \parallel CD$ , 当  $\angle 4 = 108^\circ$  时,  $\angle 3 = \angle 4$ , 即可判定  $CD \parallel EF$ , 进而得到  $AB \parallel EF$ .

3. 5 【解析】如图. 由题意得  $\angle BAG = \angle AHE = 72^\circ$ , 所以  $AB \parallel EI$ . 因为  $\angle BFC = \angle FCD = 72^\circ$ , 所以  $BG \parallel CD$ . 因为  $\angle CBF = \angle BGA = 72^\circ$ , 所以  $BC \parallel AH$ . 因为  $\angle EDI = \angle CKD = 72^\circ$ , 所以  $DE \parallel CF$ . 因为  $\angle AEH = \angle EID = 72^\circ$ , 所以  $AE \parallel DK$ . 故共有 5 对平行线.



4. 【解】(1) 当  $\angle 1$  与  $\angle 2$  满足  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$  时,  $AB \parallel CD$ . 理由如下:

因为  $EG$  平分  $\angle BEF$ ,  $FH$  平分  $\angle DFE$ , 所以  $\angle BEF = 2\angle 1$ ,  $\angle EFD = 2\angle 2$ .

因为  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ , 所以  $\angle BEF + \angle EFD = 2(\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ$ , 所以  $AB \parallel CD$ . 故答案为  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ .

(2) 当  $\angle 1$  与  $\angle 2$  满足  $\angle 1 = \angle 2$  时,  $AB \parallel CD$ . 理由如下:

因为  $EG$  平分  $\angle MEB$ ,  $FH$  平分  $\angle DFE$ , 所以  $\angle BEM = 2\angle 1$ ,  $\angle EFD = 2\angle 2$ .

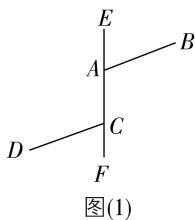
因为  $\angle 1 = \angle 2$ , 所以  $\angle BEM = \angle DFE$ , 所以  $AB \parallel CD$ . 故答案为  $\angle 1 = \angle 2$ .

(3) 当  $\angle 1$  与  $\angle 2$  满足  $\angle 1 = \angle 2$  时,  $AB \parallel CD$ . 理由如下:

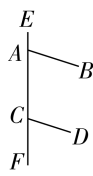
因为  $EG$  平分  $\angle AEF$ ,  $FH$  平分  $\angle DFE$ , 所以  $\angle AEF = 2\angle 1$ ,  $\angle EFD = 2\angle 2$ . 因为  $\angle 1 = \angle 2$ , 所以  $\angle AEF = \angle DFE$ , 所以  $AB \parallel CD$ . 故答案为  $\angle 1 = \angle 2$ .

### 刷素养

5. 【解】存在. 分情况讨论: 如图(1), 当  $AB$  与  $CD$  在  $EF$  的两侧时,  $(180 - 60) \div 6 = 20$ , 所以  $0 < t < 20$ . 因为  $\angle BAF = 110^\circ$ ,  $\angle DCF = 60^\circ$ , 所以转动  $t$  秒时,  $\angle ACD = 180^\circ - 60^\circ - (6t)^\circ = 120^\circ - (6t)^\circ$ ,  $\angle BAC = 110^\circ - t^\circ$ . 若  $\angle ACD = \angle BAF$ , 即  $120^\circ - (6t)^\circ = 110^\circ - t^\circ$ , 则  $AB \parallel CD$ , 解得  $t = 2$ . 当  $t = 20$  时,  $CD$  与  $CE$  重合, 易知  $AB \parallel CD$  不成立.



图(1)



图(2)

如图(2), 当  $CD$  旋转到与  $AB$  都在  $EF$  的右侧

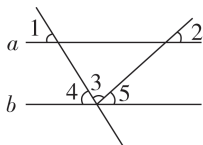
时,  $(360-60) \div 6 = 50$ , 所以  $20 < t < 50$ . 此时  $\angle DCF = 360^\circ - (6t)^\circ - 60^\circ = 300^\circ - (6t)^\circ$ ,  $\angle BAC = 110^\circ - t^\circ$ . 若  $\angle DCF = \angle BAC$ , 即  $300^\circ - (6t)^\circ = 110^\circ - t^\circ$ , 则  $AB \parallel CD$ , 解得  $t = 38$ . 当  $t = 50$  时,  $CD$  与  $CF$  重合, 易知  $AB \parallel CD$  不成立. 当  $CD$  从  $EF$  的右侧再次旋转到  $EF$  的左侧, 且在旋转一周的时间内时,  $360 \div 6 = 60$ , 所以  $50 < t \leq 60$ , 此时  $AB$  仍在  $EF$  右侧, 易知  $AB \parallel CD$  的情况不存在. 综上所述, 当  $t$  的值为 2 或 38 时,  $CD$  与  $AB$  平行.

## 1.5 平行线的性质

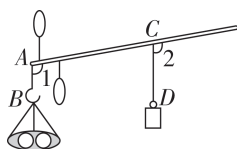
### 课时 1 平行线的性质(1)

#### 刷基础

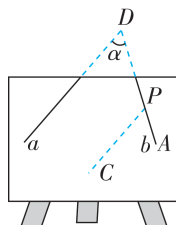
1. **C** 【解析】如图, 因为  $a \parallel b$ , 所以  $\angle 4 = \angle 1 = 58^\circ$ ,  $\angle 5 = \angle 2 = 42^\circ$ , 所以  $\angle 3 = 180^\circ - \angle 4 - \angle 5 = 180^\circ - 58^\circ - 42^\circ = 80^\circ$ , 故选 C.



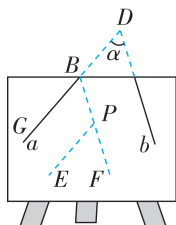
2. **C** 【解析】如图, 由题意得,  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle 2 = \angle 1 = 100^\circ$  (两直线平行, 同位角相等). 故选 C.



3. **C** 【解析】设直线  $a, b$  交于点  $D$ . ①如图(1), 因为  $PC \parallel a$ , 所以  $\angle APC = \angle D = \alpha$ , 故①正确; ②如图(2), 因为  $BF \parallel b$ , 所以  $\angle GBP = \angle D = \alpha$ . 因为  $PE \parallel a$ , 所以  $\angle FPE = \angle GBP$ , 所以  $\angle FPE = \angle D = \alpha$ , 故②正确, 所以①和②均正确, 故选 C.



图(1)



图(2)

4. **68°** 【解析】因为  $CD$  平分  $\angle ACB$ ,  $\angle 1 = 34^\circ$ , 所以  $\angle ACB = 2\angle 1 = 68^\circ$ . 因为  $DE \parallel AC$ , 所以  $\angle 2 = \angle ACB = 68^\circ$ , 故答案为  $68^\circ$ .

5. **110°** 【解析】因为  $\angle C = 35^\circ$ ,  $DE \parallel BC$ , 所以  $\angle AED = 35^\circ$ . 又因为  $ED$  平分  $\angle AEF$ , 所以

#### 易错警示

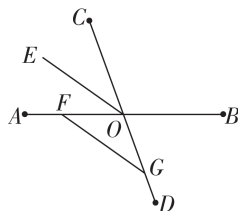
要注意分点  $F$  在线段  $AO$  上和点  $F$  在线段  $OB$  上两种情况讨论, 不要漏解.

$\angle DEF = \angle AED = 35^\circ$ , 所以  $\angle CEF = 180^\circ - \angle DEF - \angle AED = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ$ , 故答案为  $110^\circ$ .

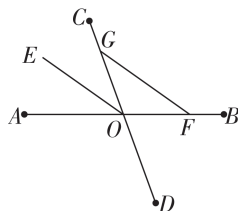
6. 【解】因为  $\angle B = \angle 1$ , 所以  $AB \parallel DE$ , 所以  $\angle A = \angle CMD$ . 因为  $\angle A = \angle E$ , 所以  $\angle CMD = \angle E$ , 所以  $AC \parallel EF$ .

7. 【解】如图(1), 当点  $F$  在线段  $AO$  上时, 因为  $\angle AOD = 110^\circ$ , 所以  $\angle AOC = 70^\circ$ . 又因为  $OE$  平分  $\angle AOC$ , 所以  $\angle COE = 35^\circ$ .

因为  $FG \parallel OE$ , 所以  $\angle FGO = \angle COE = 35^\circ$ , 所以  $\angle OFG = 180^\circ - 35^\circ - 110^\circ = 35^\circ$ , 所以  $\angle AFG = 180^\circ - \angle OFG = 145^\circ$ .



图(1)



图(2)

如图(2), 当点  $F$  在线段  $OB$  上时, 因为  $\angle AOD = 110^\circ$ , 所以  $\angle AOC = 70^\circ$ . 又因为  $OE$  平分  $\angle AOC$ , 所以  $\angle AOE = 35^\circ$ . 因为  $FG \parallel OE$ , 所以  $\angle AFG = \angle AOE = 35^\circ$ .

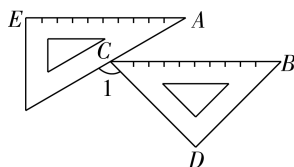
综上,  $\angle AFG$  的度数为  $35^\circ$  或  $145^\circ$ .

### 课时 2 平行线的性质(2)

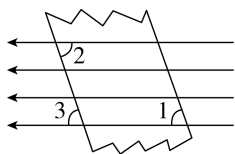
#### 刷基础

#### 思路分析

1. **C** 【解析】如图, 由题意得  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle BCD = 45^\circ$ . 因为  $AE \parallel BC$ , 所以  $\angle ACB = \angle A = 30^\circ$ , 所以  $\angle 1 = 180^\circ - \angle ACB - \angle BCD = 105^\circ$ . 故选 C.
2. **D** 【解析】因为  $AF$  平分  $\angle DAB$ , 所以  $\angle EAB = \angle EAD$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle EAB = \angle F$ . 因为  $AD \parallel BC$ , 所以  $\angle AEB = \angle EAD$ . 因为  $\angle AEB = \angle CEF$ , 所以  $\angle EAB = \angle EAD = \angle F = \angle AEB = \angle CEF$ , 所以题图中与  $\angle EAB$  相等的角 (不包含  $\angle EAB$  本身) 的个数为 4. 故选 D.
3. **70** 【解析】如图所示.



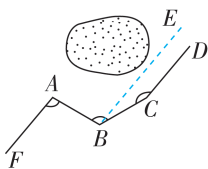
因为是一束平行光线, 所以  $\angle 2 = \angle 3$ . 因为纸板的对边平行, 所以  $\angle 1 =$



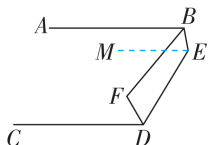
$\angle 3$ , 所以  $\angle 1 = \angle 2 = 70^\circ$ , 故答案为 70.

4.  $(90-2x)$  【解析】因为  $AB \parallel CD$ ,  $\angle C = x^\circ$ , 所以  $\angle ABC = \angle C = x^\circ$ . 因为  $\angle ABP = \angle CDP$ ,  $\angle CBP = 90^\circ$ , 所以  $\angle ABP = \angle CDP = 90^\circ + x^\circ$ , 所以  $\angle Q = 180^\circ - x^\circ - (90^\circ + x^\circ) = (90-2x)^\circ$ . 故答案为  $(90-2x)$ .

5. B 【解析】过点 B 作  $BE \parallel CD$ , 如图. 因为  $AF \parallel CD$ ,  $BE \parallel CD$ , 所以  $AF \parallel BE \parallel CD$ , 所以  $\angle A = \angle ABE$ ,  $\angle C + \angle CBE = 180^\circ$ . 因为  $\angle A = 100^\circ$ , 所以  $\angle ABE = 100^\circ$ . 因为  $\angle ABC = 120^\circ$ , 所以  $\angle CBE = 120^\circ - 100^\circ = 20^\circ$ , 所以  $\angle C = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$ . 故选 B.



6.  $140^\circ$  【解析】如图, 过点 E 作直线  $ME \parallel AB$ . 因为 BF 平分  $\angle ABE$ , DF 平分  $\angle CDE$ , 所以  $\angle ABF = \angle EBF$ ,  $\angle CDF = \angle EDF$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $ME \parallel AB \parallel CD$ , 所以  $\angle BEM + 2\angle ABF = 180^\circ$ ,  $\angle MED + 2\angle CDF = 180^\circ$ , 所以  $\angle BED = \angle BEM + \angle MED = 180^\circ - 2 \times 50^\circ + 180^\circ - 2 \times 60^\circ = 140^\circ$ , 故答案为  $140^\circ$ .



7. 【解】方法一: 因为  $DE \parallel BC$ , 所以  $\angle B = \angle BAD$ ,  $\angle C = \angle EAC$  (两直线平行, 内错角相等). 因为点 D, A, E 在同一条直线上, 所以  $\angle DAB + \angle BAC + \angle EAC = 180^\circ$  (平角的定义), 所以  $\angle B + \angle BAC + \angle C = 180^\circ$ , 即三角形的内角和为  $180^\circ$ .

方法二: 因为  $CD \parallel AB$ , 所以  $\angle A = \angle ACD$  (两直线平行, 内错角相等),  $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$  (两直线平行, 同旁内角互补), 所以  $\angle B + \angle ACB + \angle ACD = 180^\circ$ , 所以  $\angle B + \angle ACB + \angle A = 180^\circ$ , 即三角形的内角和为  $180^\circ$ .

(选择其中一种方法完成说明即可)

刷易错

8. 80 或 60 【解析】分情况讨论: (1) 如图 (1), 因为  $AD \parallel BE$ , 所以  $\angle A = \angle CGE$ . 因为  $AC \parallel$

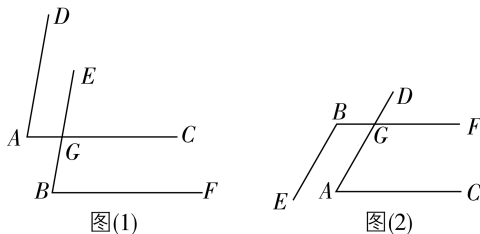
### 关键点拨

本题考查平行线的性质及角平分线的定义, 解题的关键是设  $\angle EMN = a$ ,  $\angle PMF = b$ , 利用含  $a, b$  的代数式表示出  $\angle AMP$  和  $\angle PME$ , 结合  $\angle AME = \angle MEN = 2x$ , 列出等量关系式求解.

### 易错警示

注意当几何问题中没有给出对应的图时, 需充分考虑所有可能的情况, 不要漏解.

$BF$ , 所以  $\angle CGE = \angle B$ , 所以  $\angle A = \angle B$ , 所以  $x = 240 - 2x$ , 解得  $x = 80$ , 此时  $\angle A = 80^\circ$ .

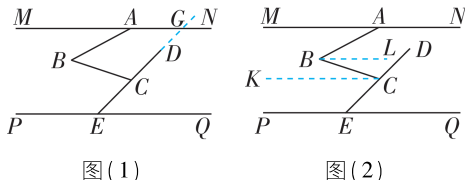


(2) 如图 (2), 因为  $AD \parallel BE$ , 所以  $\angle B = \angle AGF$ . 因为  $BF \parallel AC$ , 所以  $\angle A + \angle AGF = 180^\circ$ , 所以  $\angle A + \angle B = 180^\circ$ , 所以  $x + 240 - 2x = 180$ , 解得  $x = 60$ , 此时  $\angle A = 60^\circ$ . 综上,  $\angle A = 80^\circ$  或  $60^\circ$ . 故答案为 80 或 60.

### 刷提升

1. C 【解析】设  $\angle EMN = a$ ,  $\angle PMF = b$ . 因为 MP 平分  $\angle AMN$ , MF 平分  $\angle EMN$ , 所以  $\angle PMN = \angle AMP$ ,  $\angle EMF = \angle NMF = \frac{1}{2} \angle EMN = \frac{1}{2} a$ , 所以  $\angle PME = \angle PMF - \angle EMF = b - \frac{1}{2} a$ ,  $\angle PMN = \angle PMF + \angle NMF = b + \frac{1}{2} a$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle AMP = \angle MPN = \angle PMN = b + \frac{1}{2} a$ ,  $\angle AME = \angle MEN = 2x$ , 所以  $\angle AMP + \angle PME = 2x$ , 即  $(b + \frac{1}{2} a) + (b - \frac{1}{2} a) = 2x$ , 所以  $b = x$ , 所以  $\angle PMF = x$ , 故选 C.

2. B 【解析】①若  $\angle MAB = \angle ABC$ , 则  $MN \parallel BC$ . 因为  $MN \parallel PQ$ , 所以  $BC \parallel PQ$ , 所以  $\angle BCD = \angle CEP$ , 故①正确. ②如图 (1), 设直线 ED 交 MN 于点 G. 因为  $MN \parallel PQ$ , 所以  $\angle AGC + \angle CEP = 180^\circ$ . 若  $\angle MAB + \angle CEP = 180^\circ$ , 则  $\angle AGC = \angle MAB$ , 所以  $AB \parallel CD$ , 故②正确.



③如图 (2), 分别过点 C, B 作  $CK \parallel MN$ ,  $BL \parallel MN$ , 则  $CK \parallel MN \parallel BL \parallel QP$ , 所以  $\angle BCK = \angle CBL$ ,  $\angle ABL = \angle MAB$ ,  $\angle CEP + \angle ECK = 180^\circ$ , 所以  $\angle BCD - \angle MAB = 180^\circ - \angle BCE - \angle MAB = 180^\circ - \angle BCK - \angle ECK - \angle MAB =$

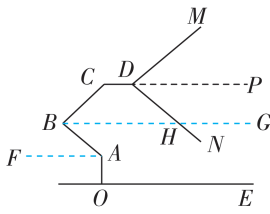


$(180^\circ - \angle ECK) - \angle BCK - \angle MAB = \angle CEP - \angle BCK - \angle MAB$ . 因为  $\angle CEP - \angle ABC = \angle CEP - \angle CBL - \angle ABL = \angle CEP - \angle BCK - \angle MAB$ , 所以  $\angle CEP - \angle ABC = \angle BCD - \angle MAB$ , 故③正确.

④由③知  $\angle BCK = \angle CBL$ ,  $\angle ABL = \angle MAB$ ,  $\angle CEP + \angle ECK = 180^\circ$ , 所以  $\angle ABC = \angle MAB + \angle BCK$ . 因为  $\angle BCD = 180^\circ - \angle ECB$ , 所以  $\angle BCD = 180^\circ - (\angle BCK + \angle ECK) = 180^\circ - \angle BCK - \angle ECK$ , 所以  $\angle MAB + \angle ABC + \angle BCD + \angle CEP = \angle MAB + \angle MAB + \angle BCK + 180^\circ - \angle BCK - \angle ECK + 180^\circ - \angle ECK = 360^\circ + 2(\angle MAB - \angle ECK)$ , 所以当且仅当  $\angle MAB = \angle ECK$  时,  $\angle MAB + \angle ABC + \angle BCD + \angle CEP = 360^\circ$ , 故④错误. 故选 B.

### 3. 80° 【解析】如图,

过点 A 作  $AF \parallel OE$ ,  
过点 B 作  $BG \parallel AF$  交  
DN 于点 H. 因为



$AO \perp OE$ , 所以

$\angle AOE = 90^\circ$ . 因为  $AF \parallel OE$ , 所以  $\angle OAF = 90^\circ$ , 所以  $\angle BAF = \angle BAO - \angle OAF = 40^\circ$ . 因为  $BG \parallel AF$ , 所以  $\angle BAF = \angle HBA = 40^\circ$ . 因为  $DN \parallel BA$ , 所以  $\angle DHB = \angle HBA = 40^\circ$ . 因为  $AF \parallel OE$ ,  $CD \parallel OE$ ,  $BG \parallel AF$ , 所以  $BG \parallel CD$ , 所以  $\angle DHB = \angle PDN = 40^\circ$ . 因为 CD 的延长线恰好是  $\angle MDN$  的平分线, 所以  $\angle MDN = 2 \angle PDN = 80^\circ$ . 故答案为  $80^\circ$ .

### 4. (1) 25 (2) $\left(\frac{360}{k+4}\right)$ 【解析】(1) 因为 $AB \parallel$

$CD$ , 所以  $\angle AMP = \angle EPN = 50^\circ$ . 由折叠的性质可知  $\angle AMN = \angle PMN = \frac{1}{2} \angle AMP = 25^\circ$ , 故答案为 25. (2) 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle CPM = \angle AMP$ ,  $\angle CNM = \angle AMN$ . 因为  $\angle AMG = k \angle CNM$ , 所以  $\angle AMG = k \angle AMN$ . 设  $\angle AMN = x$ , 则  $\angle PMN = x$ ,  $\angle AMG = kx$ ,  $\angle BMP = 180^\circ - 2x$ . 由折叠的性质可知  $\angle GMP = \angle BMP$ , 所以  $2x + kx = 180^\circ - 2x$ , 解得  $x = \left(\frac{180}{k+4}\right)^\circ$ , 所以  $\angle CPM = \angle AMP = 2x = \left(\frac{360}{k+4}\right)^\circ$ , 故答案为  $\left(\frac{360}{k+4}\right)^\circ$ .

### 刷素养

5. 【解】(1) 如图(1), 过 M 作  $MQ \parallel AB$ . 因为

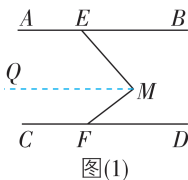
### 思路分析

过点 A 作  $AF \parallel OE$ , 过点 B 作  $BG \parallel AF$  交 DN 于点 H. 根据平行线的判定和性质, 求出  $\angle PDN$  的度数, 再利用角平分线的定义, 即可得到  $\angle MDN$  的大小.

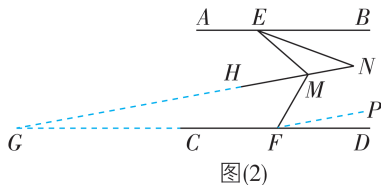
### 刷有所得

折叠的性质: 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.

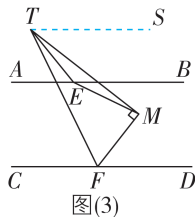
$AB \parallel CD$ , 所以  $AB \parallel MQ \parallel CD$ , 所以  $\angle EMQ = \angle BEM$ ,  $\angle FMQ = \angle MFD$ , 所以  $\angle EMQ + \angle FMQ = \angle BEM + \angle MFD$ , 所以  $\angle EMF = \angle BEM + \angle MFD$ .



(2) 如图(2), 延长 MH 交 DC 的延长线于点 G, 过点 F 作  $FP \parallel MG$ . 因为 EN 平分  $\angle BEM$ ,  $\angle BEM = 40^\circ$ , 所以  $\angle BEN = \angle MEN = 20^\circ$ . 因为 MH 平分  $\angle EMF$ , 所以  $\angle EMH = \angle FMH$ , 设  $\angle EMH = \angle FMH = \alpha$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 由(1)易知,  $\angle BEN + \angle G = \angle N$ , 所以  $\angle G = \angle N - \angle BEN = 30^\circ - 20^\circ = 10^\circ$ . 由(1)得,  $\angle BEM + \angle DFM = \angle EMF$ , 所以  $\angle DFM = \angle EMF - \angle BEM = 2\alpha - 40^\circ$ . 因为  $FP \parallel MG$ , 所以  $\angle MFP = \angle FMH = \alpha$ ,  $\angle DFP = \angle G = 10^\circ$ , 所以  $\angle DFM = \angle MFP + \angle DFP = \alpha + 10^\circ$ , 所以  $2\alpha - 40^\circ = \alpha + 10^\circ$ , 解得  $\alpha = 50^\circ$ , 所以  $\angle MFD = \alpha + 10^\circ = 60^\circ$ .



(3) 如图(3), 过 T 作  $TS \parallel AB$ . 设  $\angle MFD = x^\circ$ . 因为 FT 平分  $\angle MFC$ , 所以  $\angle CFT =$



$\angle TFM = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle MFD) = 90^\circ - \frac{1}{2}x^\circ$ . 因为  $TS \parallel AB$ ,  $AB \parallel CD$ , 所以  $TS \parallel CD$ , 所以  $\angle STF = \angle CFT = 90^\circ - \frac{1}{2}x^\circ$ . 由(1)易知,  $\angle STM + \angle MFD = \angle TMF = 90^\circ$ , 所以  $\angle STM = 90^\circ - x^\circ$ , 所以  $\angle FTM = \angle STF - \angle STM = \left(90^\circ - \frac{1}{2}x^\circ\right) - (90^\circ - x^\circ) = \frac{1}{2}x^\circ$ . 因为 TE 平分  $\angle FTM$ , 所以  $\angle ETF = \frac{1}{2} \angle FTM = \frac{1}{4}x^\circ$ , 所以  $\frac{\angle ETF}{\angle MFD} = \frac{1}{4}$ . 故答案为  $\frac{1}{4}$ .

### 大招专题 1 平行线中常见的辅助线



### 刷难关

#### 大招解读 | 过“拐点”作平行线

平行线问题中遇到拐点时, 通常过这个拐点作一条直线与已知两条平行线平行, 然后利用平行线的性质进行角度的转换与计算.

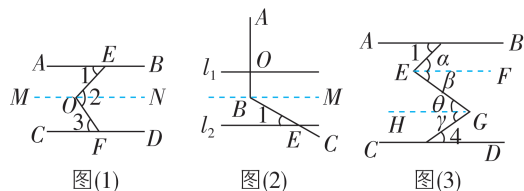
1.  $17^\circ$  【解析】如图,过

点  $A$  作  $l_1$  的平行线  $AC$ ,过点  $B$  作  $l_2$  的平行线  $BD$ ,则  $\angle 3 = \angle 1$ ,

$\angle 4 = \angle 2$ . 因为  $l_1 \parallel l_2$ ,所以  $AC \parallel BD$ ,所以  $\angle CAB + \angle ABD = 180^\circ$ ,所以  $\angle 3 + \angle 4 = 125^\circ + 85^\circ - 180^\circ = 30^\circ$ ,所以  $\angle 1 + \angle 2 = 30^\circ$ . 因为  $\angle 1 = \angle 2 + 4^\circ$ ,所以  $\angle 1 = 17^\circ$ .

2. 【解】(1)  $\angle 2 = \angle 1 + \angle 3$ . 理由:如图(1),过点  $O$  作  $MN \parallel AB$ . 因为  $AB \parallel CD$ ,所以  $MN \parallel AB \parallel CD$ ,所以  $\angle 1 = \angle EON$ ,  $\angle 3 = \angle NOF$ ,所以  $\angle 1 + \angle 3 = \angle EON + \angle NOF = \angle EOF$ ,即  $\angle 2 = \angle 1 + \angle 3$ .

(2) 如图(2),过  $B$  作  $BM \parallel l_1$ ,则  $BM \parallel l_1 \parallel l_2$ ,所以  $\angle MBC = \angle 1 = 30^\circ$ . 因为  $AB \perp l_1$ ,所以  $AB \perp BM$ ,所以  $\angle ABM = 90^\circ$ ,所以  $\angle ABC = \angle ABM + \angle MBC = 120^\circ$ . 故答案为  $120^\circ$ .



图(1)

图(2)

图(3)

(3)  $\angle 1 + \angle 3 + \dots + \angle 2n - 1 = \angle 2 + \angle 4 + \dots + \angle 2n$ .

理由:如图(3),取有限个角,并作  $EF \parallel AB$ ,则  $\angle 1 = \angle \alpha$ ,作  $GH \parallel EF$ ,则  $\angle \theta = \angle \beta$ ,  $GH \parallel AB$ . 因为  $AB \parallel CD$ ,所以  $CD \parallel GH$ ,所以  $\angle \gamma = \angle 4$ ,所以  $\angle 1 + \angle \theta + \angle \gamma = \angle \alpha + \angle \beta + \angle 4$ ,由此推得  $\angle 1 + \angle 3 + \dots + \angle 2n - 1 = \angle 2 + \angle 4 + \dots + \angle 2n$ .

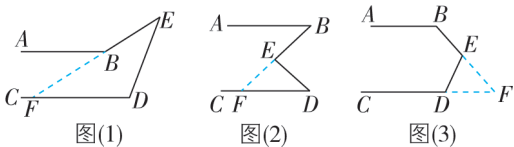
大招解读 | 延长截线

已知  $AB \parallel CD$ .

如图(1),延长  $EB$  交  $CD$  于  $F$ . 结论:  $\angle ABE = \angle E + \angle D$ .

如图(2),延长  $BE$  交  $CD$  于  $F$ . 结论:  $\angle BED = \angle B + \angle D$ .

如图(3),延长  $BE$ ,  $CD$  交于点  $F$ . 结论:  $\angle BED = 360^\circ - \angle B - \angle CDE$ .

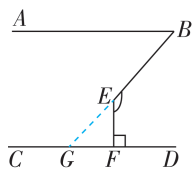


图(1)

图(2)

图(3)

3. 【解】如图,延长  $BE$  交直线  $CD$  于  $G$ . 因为  $AB \parallel CD$ ,  $\angle B = 50^\circ$ ,所以  $\angle BGD = \angle B = 50^\circ$ . 因为  $EF \perp CD$ ,所



刷有所得

此题中作辅助线的方法在平行线问题中较为常用,其目的是构造平行线被第三条直线所截形成的“三线八角”,然后利用平行线的性质去进行角的转换,从而解题.

关键点拨

(1) 根据“两直线平行,同旁内角互补”和“同旁内角互补,两直线平行”说明即可;

(2) 延长  $EF$  交  $CD$  于点  $I$ ,根据平行线的性质和角的等量代换说明即可.

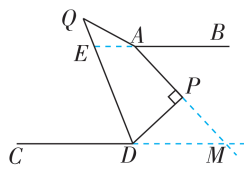
刷有所得

当一组平行线间有一个拐点时,可以延长线段,也可以过拐点作平行线. 当一组平行线间有多个拐点时,直接过拐点作平行线即可.

以  $\angle EFC = 90^\circ$ ,所以  $\angle GEF = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ ,所以  $\angle BEF = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ .

4.  $\alpha + \frac{1}{2}\beta = 185$  【解析】

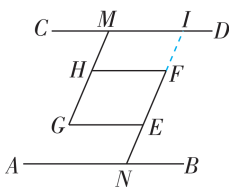
如图,延长  $AP$  交  $CD$  的延长线于  $M$ ,延长  $BA$  交  $DQ$  于  $E$ . 因为  $AB \parallel CD$ ,  $\angle PAB = \beta^\circ$ ,所以  $\angle PMD = \angle PAB = \beta^\circ$ . 因为  $AP \perp PD$ ,所以  $\angle APD = \angle MPD = 90^\circ$ ,所以  $\angle PDM = 90^\circ - \angle PMD = 90^\circ - \beta^\circ$ ,所以  $\angle PDC = 180^\circ - \angle PDM = 90^\circ + \beta^\circ$ . 因为  $DQ$  平分  $\angle PDC$ ,所以  $\angle CDQ = \frac{1}{2} \angle PDC = 45^\circ + \frac{1}{2}\beta^\circ$ ,所以



$\angle CDQ = \angle AED = 45^\circ + \frac{1}{2}\beta^\circ$ . 因为  $\angle AED = 180^\circ - \angle QEA = 180^\circ - (180^\circ - \angle Q - \angle QAE) = \angle Q + \angle QAE$ ,  $\angle Q = 40^\circ$ ,  $\angle QAE = \angle QAP - \angle EAP = \angle QAP - (180^\circ - \angle BAP) = \alpha^\circ + \beta^\circ - 180^\circ$ ,所以  $\angle AED = 40^\circ + \alpha^\circ + \beta^\circ - 180^\circ = \alpha^\circ + \beta^\circ - 140^\circ$ ,所以  $45^\circ + \frac{1}{2}\beta^\circ = \alpha^\circ + \beta^\circ - 140^\circ$ ,所以  $\alpha + \frac{1}{2}\beta = 185$ ,故答案为  $\alpha + \frac{1}{2}\beta = 185$ .

5. 【解】(1) 因为  $HF \parallel GE$ ,所以  $\angle HFE + \angle GEF = 180^\circ$ . 又因为  $\angle HGE = \angle HFE$ ,所以  $\angle HGE + \angle GEF = 180^\circ$ ,所以  $GH \parallel EF$ .

(2) 如图,延长  $EF$  交  $CD$  于点  $I$ . 因为  $GH \parallel EF$ ,所以  $\angle CMH = \angle MIF$ . 又因为  $AB \parallel CD$ ,所以  $\angle MIF = \angle BNE$ ,所以  $\angle CMH = \angle BNE$ .



大招专题 2 平行线中的拐点模型

刷难关

大招解读 | 猪蹄模型 (M 型) 与锯齿模型

	① 已知: $AM \parallel BN$ , 结论: $\angle APB = \angle A + \angle B$ ; ② 已知: $\angle APB = \angle A + \angle B$ , 结论: $AM \parallel BN$
	已知: $AM \parallel BN$ , 结论: $\angle P_1 + \angle P_3 = \angle A + \angle B + \angle P_2$
	已知: $AM \parallel BN$ , 结论: $\angle P_1 + \angle P_3 + \dots + \angle P_{2n+1} = \angle A + \angle B + \angle P_2 + \dots + \angle P_{2n}$

1. **C** 【解析】过点  $M$  作  $ME \parallel AB$ , 如图. 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $AB \parallel ME \parallel CD$ , 所以  $\angle ABM = \angle BME = 30^\circ$ ,  $\angle CDM = \angle DME = 45^\circ$ , 所以  $\angle BMD = \angle BME + \angle DME = 75^\circ$ . 故选 C.

2. **A** 【解析】如图, 过  $C$  作  $CM \parallel AB$ . 因为  $AB \parallel DE$ , 所以  $CM \parallel DE \parallel AB$ , 所以  $\angle ABC = \angle BCM$ ,  $\angle MCD = \angle EDC = \beta$ . 因为  $BC \perp CD$ , 所以  $\angle BCM = 90^\circ - \angle MCD = 90^\circ - \beta$ , 所以  $\angle ABC = 90^\circ - \beta$ . 因为  $\angle ABC + \angle ABF = 180^\circ$ , 所以  $90^\circ - \beta + \alpha = 180^\circ$ , 所以  $\alpha - \beta = 90^\circ$ . 故选 A.

3. **A** 【解析】如图, 分别过  $B, C, D, E$  作直线  $a$  的平行线  $BM, CN, DO, EP$ , 所以  $a \parallel BM \parallel CN \parallel OD \parallel EP \parallel b$ , 所以  $\angle ABM = \angle BAG = 20^\circ$ , 所以  $\angle ABC = \angle ABM + \angle CBM = 20^\circ + \angle CBM = x$ , 同理,  $y = 25^\circ + \angle DEP$ ,  $\angle DEP + \angle DCN = 50^\circ$ ,  $\angle DCN + \angle CBM = 60^\circ$ , 所以  $\angle DEP = y - 25^\circ$ ,  $\angle DCN = 50^\circ - \angle DEP$ ,  $\angle CBM = 60^\circ - \angle DCN$ , 所以  $\angle CBM = 60^\circ - (50^\circ - \angle DEP) = 60^\circ - (50^\circ - y + 25^\circ) = y - 15^\circ$ , 所以  $20^\circ + \angle CBM = 20^\circ + y - 15^\circ = x$ , 所以  $x - y = 5^\circ$ , 所以当  $x, y$  的值变化时,  $x - y$  的数值不变. 故选 A.

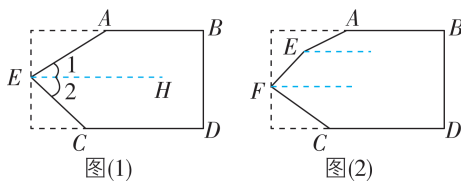
#### 关键点拨

(4) 剪  $n$  刀, 则在两平行线间形成  $(n-1)$  个拐点, 过所有拐点作平行线后, 从上至下共形成  $n$  组同旁内角.

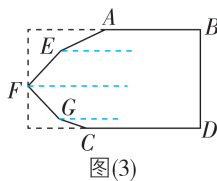
$180^\circ$ ,  $\angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$ . 因为  $\angle 1 = 105^\circ$ ,  $\angle 2 = 140^\circ$ , 所以  $\angle 4 = 75^\circ$ ,  $\angle 5 = 40^\circ$ . 因为  $\angle 4 + \angle 5 + \angle 3 = 180^\circ$ , 所以  $\angle 3 = 65^\circ$ . 故选 C.

5. (1) 360 (2) 540 (3) 720 (4)  $180n$

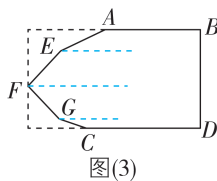
【解析】(1) 过  $E$  作  $EH \parallel AB$ , 如图(1). 因为原四边形是长方形, 所以  $AB \parallel CD$ . 又因为  $EH \parallel AB$ , 所以  $CD \parallel EH$ ,  $\angle BAE + \angle 1 = 180^\circ$ , 所以  $\angle 2 + \angle DCE = 180^\circ$ , 所以  $\angle BAE + \angle 1 + \angle 2 + \angle ECD = 360^\circ$ . 又因为  $\angle 1 + \angle 2 = \angle AEC$ , 所以  $\angle BAE + \angle AEC + \angle ECD = 360^\circ$ .



图(1)



图(2)



图(3)

(2) 过  $E, F$  分别作  $AB$  的平行线, 如图(2)所示, 同(1)可得  $\angle BAE + \angle AEF + \angle EFC + \angle FCD = 540^\circ$ .

(3) 过  $E, F, G$  分别作  $AB$  的平行线, 如图(3)所示, 同(1)可得  $\angle BAE + \angle AEF + \angle EFG + \angle FGC + \angle GCD = 720^\circ$ .

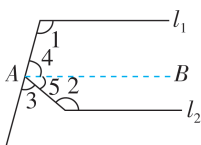
(4) 由上可得一般规律: 剪  $n$  刀, 得到  $(n+1)$  个角, 那么这  $(n+1)$  个角的和是  $180n$  度.

故答案为 (1) 360, (2) 540, (3) 720, (4)  $180n$ .

#### 大招解读 | 铅笔头模型

	① 已知: $AM \parallel BN$ , 结论: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ ; ② 已知: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ , 结论: $AM \parallel BN$
	已知: $AM \parallel BN$ , 结论: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 540^\circ$
	已知: $AM \parallel BN$ , 结论: $\angle 1 + \angle 2 + \dots + \angle n = 180^\circ \cdot (n-1)$

4. **C** 【解析】如图, 过点  $A$  作  $AB \parallel l_1$ . 因为  $l_1 \parallel l_2$ , 所以  $AB \parallel l_1 \parallel l_2$ , 所以  $\angle 1 + \angle 4 =$



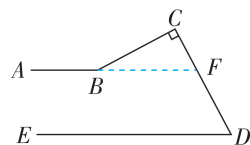
#### 方法点拨

平行线问题中, 可以通过延长线段的方法构造三角形求角度.

#### 大招解读 | 牛角模型

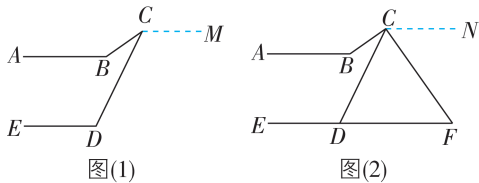
已知: $AB \parallel CD$ , 结论: $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$	已知: $AB \parallel CD$ , 结论: $\angle 1 + \angle 3 - \angle 2 = 180^\circ$

6. **152°** 【解析】延长  $AB$  交  $CD$  于点  $F$ , 如图. 因为  $AB \parallel DE$ ,  $\angle D = 62^\circ$ , 所以  $\angle D = \angle BFC = 62^\circ$ . 因为  $CD \perp BC$ , 所以  $\angle C = 90^\circ$ , 所以  $\angle CBF = 180^\circ - 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$ , 所以  $\angle ABC = 180^\circ - 28^\circ = 152^\circ$ .



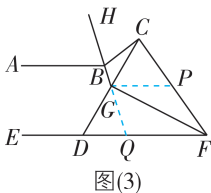
7. 【解】(1) 过点  $C$  作  $CM \parallel AB$ , 如图(1), 所以

$\angle BCM = \angle ABC = 145^\circ$ . 因为  $AB \parallel DE$ , 所以  $CM \parallel DE$ , 所以  $\angle DCM = \angle EDC = 116^\circ$ . 因为  $\angle BCM = \angle BCD + \angle DCM$ , 所以  $\angle BCD = \angle BCM - \angle DCM = 145^\circ - 116^\circ = 29^\circ$ .



(2) 过点  $C$  作  $CN \parallel AB$ , 如图(2), 所以  $\angle ABC = \angle BCN$ . 因为  $AB \parallel ED$ , 所以  $CN \parallel EF$ , 所以  $\angle F = \angle FCN$ . 因为  $\angle BCN = \angle BCF + \angle FCN$ , 所以  $\angle ABC = \angle BCF + \angle F$ . 因为  $CF \perp BC$ , 所以  $\angle BCF = 90^\circ$ , 所以  $\angle ABC = 90^\circ + \angle F$ , 即  $\angle ABC - \angle F = 90^\circ$ . 故答案为  $\angle ABC - \angle F = 90^\circ$ .

(3) 延长  $HG$  交  $EF$  于点  $Q$ , 过点  $G$  作  $GP \parallel EF$ , 如图(3), 所以  $\angle BGD = \angle CGQ$ , 所以  $\angle BGD - \angle CGF = \angle CGQ - \angle CGF =$



$\angle FGQ$ . 因为  $AB \parallel DE$ , 所以  $\angle ABH = \angle EQG$ . 因为  $GP \parallel EF$ , 所以  $\angle EQG = \angle PGQ$ ,  $\angle EFG = \angle PGF$ , 所以  $\angle PGQ = \angle ABH$ . 因为  $\angle FGQ = \angle PGQ - \angle PGF$ , 所以  $\angle FGQ = \angle ABH - \angle EFG$ . 因为  $BH$  平分  $\angle ABC$ ,  $FG$  平分  $\angle CFD$ , 所以  $\angle ABH = \frac{1}{2} \angle ABC$ ,  $\angle EFG = \frac{1}{2} \angle CFD$ , 所以  $\angle FGQ = \frac{1}{2} \angle ABC - \frac{1}{2} \angle CFD = \frac{1}{2} (\angle ABC - \angle CFD)$ . 由(2)可得  $\angle ABC - \angle CFD = 90^\circ$ , 所以  $\angle FGQ = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$ , 即  $\angle BGD - \angle CGF = 45^\circ$ .

#### 关键点拨

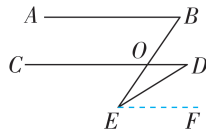
(3) 熟练掌握角平分线的定义及平行线的性质是求解本题的关键.

#### 大招解读 | 羊角模型

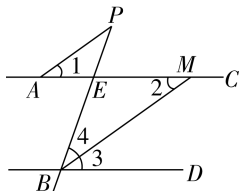
已知: $AB \parallel DE$ , 结论: $\alpha = \gamma - \beta$	已知: $AB \parallel DE$ , 结论: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

8. 【解】过点  $E$  作  $EF \parallel CD$ , 如图. 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle B = \angle BOD$ . 因为  $EF \parallel CD$ , 所以

$\angle BOD = \angle BEF$ ,  $\angle D = \angle DEF$ , 所以  $\angle BEF = \angle BED + \angle DEF = \angle BED + \angle D$ , 所以  $\angle BOD = \angle BED + \angle D$  (等量代换), 即  $\angle B = \angle BED + \angle D$ .



9. 【解】(1) 如图所示,  $BM$  即为所作.



(2) 如图. 因为  $AC \parallel BD$ , 所以  $\angle 2 = \angle 3$ . 因为  $AP \parallel BM$ , 所以  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle P = \angle 4$ , 所以  $\angle 1 = \angle 3$ , 所以  $\angle P = \angle 4 = \angle PBD - \angle 3 = \angle PBD - \angle 1 = \angle PBD - \angle PAC$ , 所以  $\angle PBD - \angle PAC = \angle P$ .

#### 大招解读 | 蛇形模型

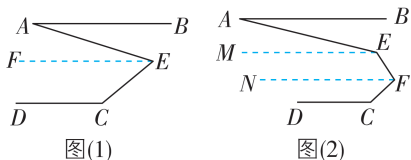
已知: $AB \parallel DE$ , 结论: $\alpha + \gamma = \beta + 180^\circ$	已知: $AB \parallel DE$ , 结论: $\alpha + \beta = \gamma + 180^\circ$

#### 关键点拨

过点  $E$  作出  $CD$  的平行线  $EF$  是解题的关键.

10. D 【解析】如图, 过点  $E$  作  $EF \parallel CD$ . 因为  $\angle C = 20^\circ$ ,  $EF \parallel CD$ , 所以  $\angle C = \angle FEC = 20^\circ$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $EF \parallel AB$ , 所以  $\angle B + \angle BEF = 180^\circ$ , 即  $125^\circ + \angle BEF = 180^\circ$ , 所以  $\angle BEF = 55^\circ$ , 所以  $\angle BEC = \angle BEF + \angle FEC = 75^\circ$ . 故选 D.

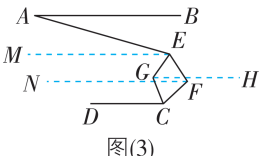
11. 【解】(1)  $\angle AEC = 180^\circ - \angle C + \angle A$ . 理由如下: 过点  $E$  作  $EF \parallel AB$ , 如图(1), 则  $AB \parallel EF \parallel CD$ , 所以  $\angle A = \angle AEF$ ,  $\angle C + \angle CEF = 180^\circ$ , 所以  $\angle CEF = 180^\circ - \angle C$ , 所以  $\angle AEC = \angle AEF + \angle CEF = \angle A + 180^\circ - \angle C$ .



(2) ①分别过点  $E, F$  作  $EM \parallel AB, FN \parallel AB$ , 如图(2), 则  $AB \parallel EM \parallel FN \parallel CD$ , 所以  $\angle A =$

$\angle AEM$ ,  $\angle MEF + \angle EFN = 180^\circ$ ,  $\angle NFC + \angle DCF = 180^\circ$ . 又因为  $\angle AEF = \angle AEM + \angle MEF$ ,  $\angle EFC = \angle EFN + \angle CFN$ , 所以  $\angle AEF + \angle C = \angle A + 180^\circ - \angle EFN + 180^\circ - \angle NFC = \angle A + 360^\circ - \angle EFC = 276^\circ$ , 所以  $\angle AEF + \angle C = 276^\circ$ .

②  $\angle EGC + \frac{1}{2} \angle EFC = 172^\circ$ , 理由: 分别过点  $E, F$  作  $EM \parallel AB$ ,  $FN \parallel AB$ , 过点  $G$  作  $GH \parallel AB$ , 如图(3), 则



$GH \parallel AB \parallel EM \parallel FN \parallel CD$ , 所以  $\angle EGH = \angle MEG$ ,  $\angle HGC = \angle DCG$ ,  $\angle A = \angle MEA$ , 所以  $\angle MEG = \angle AEG - \angle AEM = \angle AEG - \angle A$ .

由①可得  $\angle AEF + \angle DCF = \angle A + 360^\circ - \angle EFC$ . 因为  $\angle AEF$  和  $\angle DCF$  的平分线交于点  $G$ , 所以  $\angle AEG = \angle GEF = \frac{1}{2} \angle AEF$ ,

$\angle DCG = \angle GCF = \frac{1}{2} \angle DCF$ , 所以  $\angle AEG + \angle DCG = \frac{1}{2} (\angle AEF + \angle DCF) = \frac{1}{2} (\angle A +$

$360^\circ - \angle EFC) = \frac{1}{2} \angle A + 180^\circ - \frac{1}{2} \angle EFC$ . 因为  $\angle EGC = \angle EGH + \angle HGC = \angle AEG - \angle A + \angle DCG = 180^\circ - \frac{1}{2} \angle EFC - \frac{1}{2} \angle A = 172^\circ - \frac{1}{2} \angle EFC$ , 所以  $\frac{1}{2} \angle EFC + \angle EGC = 172^\circ$ .

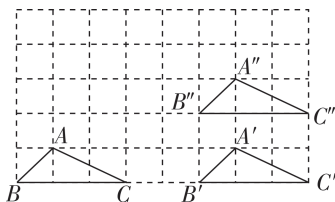
## 1.6 图形的平移

### 刷基础

1. **B** 【解析】A 选项, 钟摆的摆动是旋转, 不是平移, 因此选项 A 不符合题意; B 选项, 铝合金窗户左右移动是平移, 因此选项 B 符合题意; C 选项, 电风扇叶片的转动是旋转, 不是平移, 因此选项 C 不符合题意; D 选项, 骑自行车时车轮的转动是旋转, 不是平移, 因此选项 D 不符合题意. 故选 B.

2. **C** 【解析】由平移只改变图形的位置, 不改变大小和形状可知, 四个选项中只有 C 选项中的图案可以由“基本图案”平移得到, 故选 C.

3. 【解】三角形  $A'B'C'$  和三角形  $A''B''C''$  如下图所示.



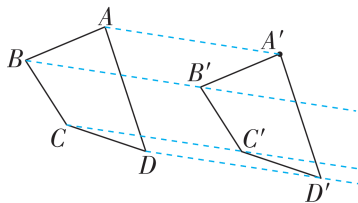
### 易错警示

分两种情形:  
当点  $B_1$  在线段  $BC$  上时;  
当点  $B_1$  在  $BC$  的延长线上时, 分别求解.

### 刷有所得

平移是指一个图形沿某个方向移动, 在移动的过程中, 原图形上所有的点都沿同一个方向移动相等的距离, 这样的图形运动叫作图形的平移.

4. 【解】平移后的四边形  $A'B'C'D'$  如图所示.



平移的方向是射线  $AA'$  的方向, 平移的距离是线段  $AA'$  的长.

5. **B** 【解析】由平移的性质可知, 把左边正方形中的阴影部分向右平移 5 个单位, 可与右边正方形中的阴影部分凑成一个完整的正方形, 所以阴影部分的面积为  $5^2 = 25$ . 故选 B.

6. **D** 【解析】根据平移的性质可得  $B'D' = BD = 50.5$  米. 因为  $B'D$  约为 86 米, 所以  $DD' = B'D - B'D' = 35.5$  米, 所以  $BD' = BD - DD' = 15$  米. 故选 D.

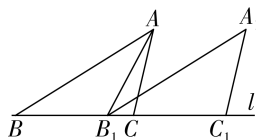
7. 【解】(1) 因为边  $AB$  沿着  $AC$  方向平移得到  $ED$ , 所以  $AC \parallel DB$ , 所以  $\angle AEB = \angle EBD = 70^\circ$ , 所以  $\angle EBC = \angle EBD - \angle CBD = 70^\circ - 60^\circ = 10^\circ$ .

(2) 由平移的性质可得  $AB = ED$ ,  $AE = DB$ , 所以三角形  $EOC$  与三角形  $BOD$  周长的和为  $CE + CO + EO + OD + OB + DB = DE + BC + EC + AE = AB + BC + AC = 7 + 8 + 3 = 18$ .



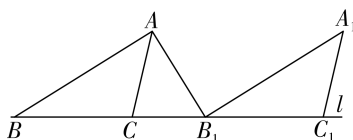
### 刷提升

1. **C** 【解析】如图(1), 当点  $B_1$  在线段  $BC$  上时, 由平移的性质得  $AB \parallel A_1B_1$ , 所以  $\angle AB_1A_1 = \angle BA B_1$ . 因为  $\angle A B_1 A_1 = 2 \angle CAB_1$ , 所以  $\angle B_1AC = \frac{1}{3} \angle BAC = 15^\circ$ .



图(1)

如图(2), 当点  $B_1$  在  $BC$  的延长线上时, 由平移的性质得  $AB \parallel A_1B_1$ , 所以  $\angle AB_1A_1 = \angle BAB_1$ . 因为  $\angle A B_1 A_1 = 2 \angle CAB_1$ , 所以  $\angle BAB_1 = 2 \angle CAB_1$ , 所以  $\angle BAC = \angle CAB_1$ , 所以  $\angle CAB_1 = 45^\circ$ . 故选 C.

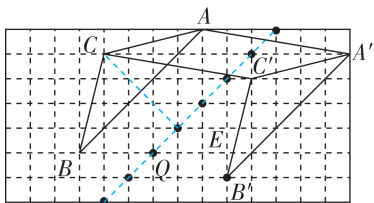


图(2)



2. 60.48 平方厘米 【解析】根据平移的性质知,“丰”字每一笔的面积与长为 9 厘米,宽为 0.6 厘米的小长方形的面积相等,可将横着的三笔都平移到上方,竖着的一笔平移到左侧,则剩余部分(空白区域)的面积为  $(9-3 \times 0.6) \times (9-0.6) = 60.48$  (平方厘米),故答案为 60.48 平方厘米.

3. 【解】(1) 如图,三角形  $A'B'C'$  即为所求作.



(2) 因为三角形  $ABC$  经过平移后得到三角形  $A'B'C'$ , 所以  $AA' \parallel CC'$ ,  $AA' = CC'$ . 三角形  $ABC$  的面积为  $\frac{1}{2} \times 5 \times 5 - \frac{1}{2} \times 4 \times 1 - \frac{1}{2} \times 4 \times 1 - 1 \times 1 = 7.5$ . 故答案为平行且相等, 7.5.

(3) 由图易得满足条件的点  $Q$  有 8 个, 故答案为 8.

#### 刷素养

4. 【解】(1) 因为  $MN \parallel GH$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 所以  $\angle NAC = 180^\circ - \angle ACB = 90^\circ$ . 因为  $\angle BAC = 30^\circ$ , 所以  $\angle BAN = \angle NAC - \angle BAC = 60^\circ$ . 因为  $MN \parallel GH$ , 所以  $\angle DBP = \angle BAN = 60^\circ$ , 所以  $\angle DPB = 180^\circ - \angle D - \angle DBP = 75^\circ$ , 故答案为 75.

(2) 由(1)知  $\angle BAN = 60^\circ$ , 因为  $\angle EDF = 45^\circ$ , 所以  $\angle AFD = 180^\circ - \angle BAN - \angle EDF = 75^\circ$ . 因为  $\angle DFE = 90^\circ$ , 所以  $\angle AFE = \angle DFE - \angle AFD = 15^\circ$ , 所以  $\angle EFN = 180^\circ - \angle AFE = 165^\circ$ .

(3) 因为点  $B$  是  $DE$  的中点, 所以  $BD = BE$ . 设  $BD = BE = x$  cm, 则  $DE = 2BE = 2x$  cm. 由平移的性质可得  $BE' = DE = 2x$  cm, 所以  $DE' = BE' + BD = 2x + x = 3x = 9$  cm, 所以  $x = 3$ , 所以  $DB = 3$  cm, 所以平移的距离是 3 cm.

(4)  $\angle MAF$  的度数为  $165^\circ$  或  $150^\circ$ . 当  $\angle DAF = 90^\circ$  时, 如图(1), 由(1)知  $\angle BAN = 60^\circ$ , 所以  $\angle FAN = \angle DAF - \angle BAN = 30^\circ$ , 所以  $\angle MAF = 180^\circ - \angle FAN = 150^\circ$ .

当  $\angle AFD = 90^\circ$  时, 如图(2), 因为  $\angle DFE = 90^\circ$ , 所以点  $A$  与点  $E$  重合, 所以  $\angle DAF = 45^\circ$ .

#### 思路分析

根据平移的性质可知剩余部分(空白区域)的面积为  $(9-3 \times 0.6) \times (9-0.6)$ , 然后计算即可.

#### 关键点拨

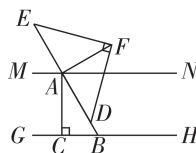
(2) 割补法求面积: 用以  $AB$  为斜边的大直角三角形的面积减去两个小直角三角形和一个小正方形的面积, 即可计算出三角形  $ABC$  的面积.

#### 思路分析

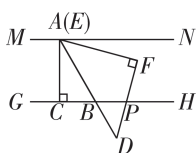
过点  $E$  作  $EH \parallel AB$ , 可得  $AB \parallel EH \parallel FG$ , 即得  $\angle BEH = \alpha = 15^\circ$ ,  $\angle FEH + \angle EFG = 180^\circ$ , 根据  $\beta = 45^\circ$  求出  $\angle FEH$  即可求解.

由(1)知  $\angle BAN = 60^\circ$ , 所以  $\angle FAN = \angle BAN - \angle DAF = 15^\circ$ , 所以  $\angle MAF = 180^\circ - \angle FAN = 165^\circ$ .

综上所述, 当以点  $A, D, F$  为顶点的三角形是直角三角形时,  $\angle MAF$  的度数为  $165^\circ$  或  $150^\circ$ .



图(1)



图(2)

### 全章综合训练

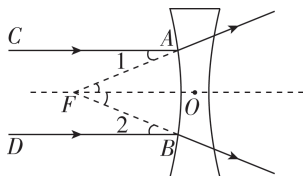
#### 刷中考

1. C 【解析】由题意得集热板与太阳光线垂直, 所以  $\alpha + \beta = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ . 因为  $\beta = 54^\circ$ , 所以  $\alpha = 90^\circ - \beta = 36^\circ$ , 故选 C.

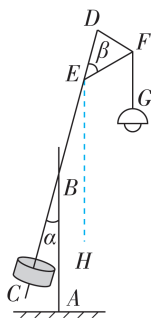
2. B 【解析】因为  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ,  $\angle 1 = 91^\circ$ , 所以  $\angle 2 = 180^\circ - 91^\circ = 89^\circ$ . 因为  $a \parallel b$ , 所以  $\angle 3 = \angle 1 = 91^\circ$ ,  $\angle 4 = \angle 2 = 89^\circ$ . 因为  $\angle 4$  与  $\angle 5$  是对顶角, 所以  $\angle 5 = \angle 4 = 89^\circ$ . 故选 B.

3. B 【解析】因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle AEG = \angle 2 = 50^\circ$ . 因为  $\angle 1 = 70^\circ$ , 所以  $\angle GEF = 180^\circ - \angle 1 - \angle AEG = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$ . 故选 B.

4. A 【解析】如图, 根据题意可得  $AC \parallel FO \parallel DB$ , 所以  $\angle AFO = \angle 1$ ,  $\angle BFO = \angle 2$ . 因为  $\angle 1 + \angle 2 = 35^\circ$ , 所以  $\angle AFB = \angle AFO + \angle BFO = \angle 1 + \angle 2 = 35^\circ$ . 故选 A.



5. A 【解析】如图, 过点  $E$  作  $EH \parallel AB$ . 因为  $AB \parallel FG$ , 所以  $AB \parallel EH \parallel FG$ , 所以  $\angle BEH = \alpha = 15^\circ$ ,  $\angle FEH + \angle EFG = 180^\circ$ . 因为  $\beta = 45^\circ$ , 所以  $\angle FEH = 180^\circ - 45^\circ - 15^\circ = 120^\circ$ , 所以  $\angle EFG = 180^\circ - \angle FEH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ , 所以  $EF$  与  $FG$  所成锐角的度数为  $60^\circ$ , 故选 A.



6. 90° 【解析】因为  $DE \parallel BC$ , 所以  $\angle B = \angle ADE = 28^\circ$ . 因为  $\angle ACF = 118^\circ$ , 所以  $\angle ACB = 62^\circ$ , 所以  $\angle A = 180^\circ - \angle ACB - \angle B = 90^\circ$ . 故答案为  $90^\circ$ .

7. 【解】(1) 因为  $AD \parallel BC$ , 所以  $\angle B + \angle BAD = 180^\circ$ . 因为  $\angle B = 80^\circ$ , 所以  $\angle BAD = 100^\circ$ .

(2) 因为  $AE$  平分  $\angle BAD$ , 所以  $\angle DAE = 50^\circ$ . 因为  $AD \parallel BC$ , 所以  $\angle AEB = \angle DAE = 50^\circ$ . 因为  $\angle BCD = 50^\circ$ , 所以  $\angle AEB = \angle BCD$ , 所以  $AE \parallel DC$ .

8. C 【解析】因为将三角形  $ABC$  沿  $BC$  方向平移 1 cm 得到对应的三角形  $A'B'C'$ , 所以  $BB' = CC' = 1$  cm. 因为  $B'C = 2$  cm, 所以  $BC' = BB' + B'C + CC' = 1 + 2 + 1 = 4$  (cm), 故选 C.

9. 24 【解析】因为三角形  $ABC$  沿  $BC$  方向平移 2 个单位长度得到三角形  $DEF$ , 所以  $DF = AC$ ,  $AD = CF = 2$ , 所以四边形  $ABFD$  的周长为  $AB + BF + DF + AD = AB + BC + CF + AC + AD =$  三角形  $ABC$  的周长  $+ AD + CF = 20 + 2 + 2 = 24$ . 故答案为 24.

### 刷章测

1. D 【解析】

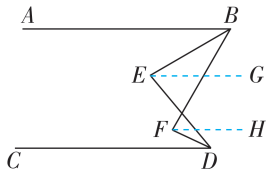
- A 两点之间, 线段最短, 故 A 选项说法错误
- B 同一平面内, 永不相交的两条直线叫作平行线, 故 B 选项说法错误
- C 当  $AC = BC$  且点  $A, B, C$  共线时, 点  $C$  为线段  $AB$  的中点, 故 C 选项说法错误
- D 两点确定一条直线, 故 D 选项说法正确

2. B 【解析】根据题意得  $\angle 1 = \angle AOF$ . 因为  $AB \perp CD$ , 所以  $\angle AOD = 90^\circ = \angle AOF + \angle 2$ , 所以  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ , 所以  $\angle 1$  与  $\angle 2$  互余, 故选 B.

3. B 【解析】由平移的性质可得  $CD = GH = 12$ ,  $S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\text{梯形}EFGH}$ , 所以  $S_{\text{阴影}} = S_{\text{梯形}ABCD} - S_{\text{梯形}EFWD} = S_{\text{梯形}EFGH} - S_{\text{梯形}EFWD} = S_{\text{梯形}DWGH}$ . 因为  $DW = CD - CW = 9$ ,  $WG = 5$ , 所以  $S_{\text{梯形}DWGH} = \frac{1}{2}(DW + HG) \cdot WG = \frac{1}{2} \times (9 + 12) \times 5 = 52.5$ , 故选 B.

4. C 【解析】根据题意得  $PC = 288$  米,  $PA = PB = 480$  米,  $PC \perp AB$ , 所以在桥梁上  $A, B$  两点间 (不含点  $C$ ) 的位置与索塔顶端  $P$  之间添加拉索, 增加的拉索长度的取值范围为 288 米 ~ 480 米 (不含 288 米和 480 米), 符合题意的只有选项 C, 故选 C.

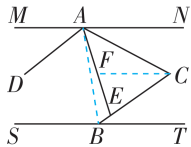
5. B 【解析】因为  $BE$  和  $DF$  分别平分  $\angle ABF$  和  $\angle CDE$ , 所以  $\angle ABE = \angle FBE = \frac{1}{2} \angle ABF = 30^\circ$ ,



$\angle CDF = \angle EDF = \frac{1}{2} \angle CDE = 25^\circ$ . 如图, 过点  $E$  作  $EG \parallel AB$ , 过点  $F$  作  $FH \parallel AB$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $EG \parallel FH \parallel AB \parallel CD$ , 所以  $\angle BEG = \angle ABE = 30^\circ$ ,  $\angle BFH = \angle ABF = 60^\circ$ ,  $\angle CDF = \angle HFD = 25^\circ$ ,  $\angle CDE = \angle DEG = 50^\circ$ , 所以  $\angle BED = \angle BEG + \angle DEG = 80^\circ$ ,  $\angle BFD = \angle BFH + \angle DFH = 85^\circ$ , 所以  $\angle BED < \angle BFD$ , 故选 B.

### 关键点拨

6. A 【解析】如图, 连结  $AB$ , 过点  $C$  作  $CF \parallel ST$ . 因为  $\angle MAC + \angle ACB + \angle SBC = 360^\circ$ ,  $\angle ACB + \angle ABC + \angle BAC = 180^\circ$ , 所以  $\angle MAB + \angle SBA = 180^\circ$ , 所以  $MN \parallel ST$ , 故①正确. 因为  $CF \parallel ST$ ,  $MN \parallel ST$ , 所以  $MN \parallel ST \parallel CF$ , 所以  $\angle CAN = \angle ACF$ ,  $\angle CBT = \angle BCF$ , 所以  $\angle ACB = \angle ACF + \angle BCF = \angle CAN + \angle CBT$ , 故②正确. 设  $\angle CBT = \alpha$ , 则  $\angle DAE = 2\alpha$ ,  $\angle BCF = \angle CBT = \alpha$ ,  $\angle CAN = \angle ACF = 60^\circ - \alpha$ . 因为  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ACB = 60^\circ$ , 所以  $\angle DAC = 180^\circ - \angle ACB = 120^\circ$ , 所以  $\angle CAE = 120^\circ - \angle DAE = 120^\circ - 2\alpha = 2(60^\circ - \alpha) = 2\angle CAN$ , 故③正确. 设  $\angle CBT = \beta$ , 则  $\angle MAE = n\beta$ . 因为  $CF \parallel ST$ , 所以  $\angle CBT = \angle BCF = \beta$ , 所以  $\angle ACF = \angle CAN = \frac{180^\circ}{n} - \beta = \frac{180^\circ - n\beta}{n}$ , 所以  $\angle CAE = 180^\circ - \angle MAE - \angle CAN = 180^\circ - n\beta - \frac{180^\circ}{n} + \beta = \frac{n-1}{n}(180^\circ - n\beta)$ , 所以  $\angle CAE : \angle CAN = \frac{n-1}{n}(180^\circ - n\beta) : \frac{180^\circ - n\beta}{n} = n-1$ , 故④正确. 故选 A.



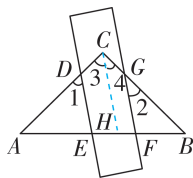
7.  $\angle CDA = \angle DAB$  (答案不唯一)

【解析】 $\angle CDA = \angle DAB$ , 根据内错角相等判断两直线平行. 故答案为  $\angle CDA = \angle DAB$  (答案不唯一).

8. 34° 【解析】如图, 过  $C$  作

$CH \parallel DE$ , 所以  $\angle 1 = \angle 3$ . 因为  $\angle 1 = 56^\circ$ , 所以  $\angle 3 = 56^\circ$ .

因为  $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$ , 所以  $\angle 4 = 34^\circ$ . 由题意得,  $DE \parallel GF$ , 所以  $CH \parallel GF$ , 所以  $\angle 2 = \angle 4 = 34^\circ$ . 故答案为  $34^\circ$ .



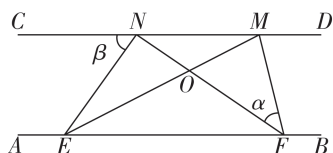
9.  $\frac{3}{4}$  【解析】如图, 设  $NF$  交  $ME$  于点  $O$ . 因为

$AB \parallel CD$ , 所以  $\angle NEF = \angle CNE = \beta$ ,  $\angle DME + \angle MEF = 180^\circ$ . 因为  $EM$  平分  $\angle NEF$ , 所以  $\angle MEN = \angle MEF = \frac{1}{2}\beta$ , 所以  $\angle DME = 180^\circ -$

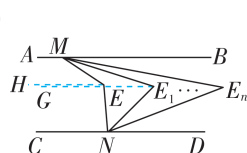
$\frac{1}{2}\beta$ . 因为  $MF$  平分  $\angle DME$ , 所以  $\angle EMF = \frac{1}{2}\angle DME = 90^\circ - \frac{1}{4}\beta$ . 因为  $NE \perp NF$ , 所以

$\angle ENF = 90^\circ$ . 因为  $\angle NOE = \angle MOF$ , 所以  $\angle ENF + \angle NEM = \angle EMF + \angle MFN$ , 所以  $90^\circ + \frac{1}{2}\beta = 90^\circ - \frac{1}{4}\beta + \alpha$ , 所以  $\alpha = \frac{3}{4}\beta$ , 所以  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{4}$ .

故答案为  $\frac{3}{4}$ .



(第9题图)



(第10题图)

10. 4 【解析】如图, 过点  $E$  作  $EH \parallel AB$ , 过点  $E_1$

作  $E_1G \parallel AB$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $EH \parallel CD$ ,  $E_1G \parallel CD$ , 所以  $\angle BME = \angle MEH$ ,  $\angle DNE = \angle NEH$ , 所以  $\angle BME + \angle DNE = \angle MEH + \angle NEH = \angle MEN = 128^\circ$ . 同理可得  $\angle ME_1N = \angle BME_1 + \angle DNE_1$ . 因为  $ME_1$  平分  $\angle BME$ ,  $NE_1$  平分  $\angle DNE$ , 所以  $\angle BME_1 + \angle DNE_1 =$

$\frac{1}{2}(\angle BME + \angle DNE) = \frac{1}{2}\angle MEN$ , 所以

$\angle ME_1N = \frac{1}{2}\angle MEN$ . 同理可得,  $\angle ME_2N =$

$\frac{1}{2}\angle ME_1N = \frac{1}{2^2}\angle MEN$ ,  $\angle ME_3N = \frac{1}{2}\angle ME_2N =$

$\frac{1}{2^3}\angle MEN, \dots$ , 所以  $\angle ME_nN = \frac{1}{2}\angle ME_{n-1}N =$

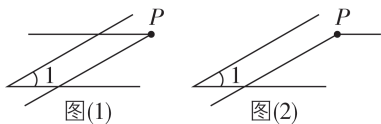
$\frac{1}{2^n}\angle MEN$ . 因为  $\angle ME_nN = 8^\circ$ , 所以  $\frac{1}{2^n}\angle MEN =$

关键点拨

(2) 熟练掌握平行线的判定与性质是解题的关键.

$\frac{1}{2^n} \times 128^\circ = 8^\circ$ , 所以  $n = 4$ . 故答案为 4.

11. 【解】(1) 如图(1),  $\angle P$  ( $\angle P$  为锐角) 即为所求. (答案不唯一)



如图(2),  $\angle P$  ( $\angle P$  为钝角) 即为所求. (答案不唯一)

(2) 由测量得到结论:  $\angle 1 = \angle P$  或  $\angle P + \angle 1 = 180^\circ$ . 故答案为  $\angle 1 = \angle P$  或  $\angle P + \angle 1 = 180^\circ$ .

(3) 如果一个角的两边分别与另一个角的两边平行, 那么这两个角相等或互补. 故答案为相等或互补.

(4) 另一个角的大小为  $30^\circ$  或  $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ .

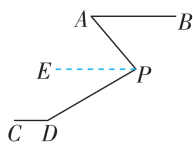
12. 【解】(1) 因为  $\angle BAE + \angle CED = 180^\circ$ ,  $\angle CEF + \angle CED = 180^\circ$ , 所以  $\angle BAE = \angle CEF$ , 所以  $AB \parallel DF$ .

(2) 因为  $\angle DCE = \frac{1}{3}\angle BCD$ , 所以  $\angle ACB =$

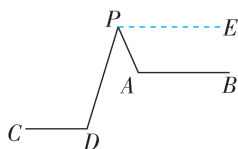
$\frac{2}{3}\angle BCD$ . 因为  $\angle DAC = \frac{2}{3}\angle BCD$ , 所以

$\angle ACB = \angle DAC$ , 所以  $AD \parallel BC$ , 所以  $\angle ADF = \angle CFD$ . 因为  $AB \parallel DF$ , 所以  $\angle B = \angle CFD$ , 所以  $\angle B = \angle ADF$ .

13. 【解】【类比应用】(1) 如图(1), 过点  $P$  作  $PE \parallel AB$ . 因为  $AB \parallel CD$ ,  $PE \parallel AB$ , 所以  $AB \parallel PE \parallel CD$ , 所以  $\angle APE = \angle A = 50^\circ$ ,  $\angle DPE + \angle D = 180^\circ$ , 所以  $\angle DPE = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ , 所以  $\angle APD = \angle APE + \angle DPE = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$ .



图(1)



图(2)

(2) 如图(2), 过点  $P$  作  $PE \parallel AB$ . 因为  $AB \parallel CD$ ,  $PE \parallel AB$ , 所以  $AB \parallel PE \parallel CD$ , 所以  $\angle DPE = \angle CDP = \beta$ ,  $\angle APE + \angle PAB = 180^\circ$ , 所以  $\angle APE = 180^\circ - \alpha$ ,  $\angle DPE = \angle DPA + \angle APE = \angle DPA + 180^\circ - \alpha$ , 所以  $\beta = \angle DPA + 180^\circ - \alpha$ , 所以  $\alpha + \beta - \angle DPA = 180^\circ$ . 故答案为  $\alpha + \beta - \angle DPA = 180^\circ$ .

【联系拓展】

设  $PD$  与  $AN$  交于点  $O$ . 因为  $AP \perp PD$ , 所以  $\angle APO = 90^\circ$ . 因为  $\angle PAN + \frac{1}{2}\angle PAB = \angle APD$ ,

所以  $\angle PAN + \frac{1}{2}\angle PAB = 90^\circ$ . 因为  $\angle POA + \angle PAN = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ , 所以  $\angle POA = \frac{1}{2}\angle PAB$ . 因为  $\angle POA = \angle NOD$ , 所以  $\angle NOD = \frac{1}{2}\angle PAB$ . 因为  $DN$  平分  $\angle PDC$ , 所以  $\angle ODN = \frac{1}{2}\angle PDC$ , 所以  $\angle AND = 180^\circ -$

$\angle NOD - \angle ODN = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle PAB + \angle PDC)$ .  
由(2)得,  $\angle CDP + \angle PAB - \angle APD = 180^\circ$ , 所以  $\angle CDP + \angle PAB = 180^\circ + \angle APD$ , 所以  $\angle AND = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle PAB + \angle PDC) = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ + \angle APD) = 180^\circ - \frac{1}{2} \times (180^\circ + 90^\circ) = 45^\circ$ .

## 第2章 二元一次方程组

### 2.1 二元一次方程

#### 刷基础

1. **C** 【解析】①②④符合二元一次方程的定义, 是二元一次方程; ③未知数的次数都是 2, 不是二元一次方程; ⑤含有一个未知数且未知数的次数是 2, 不是二元一次方程; ⑥是一元一次方程, 不是二元一次方程; ⑦含未知数的项的次数是 2, 不是二元一次方程; ⑧方程含有三个未知数, 不是二元一次方程. 故选 C.

2. **D** 【解析】因为  $(m-2024)x^{|m|-2023} + (n+4)y^{|n|-3} = 2025$  是关于  $x, y$  的二元一次方程, 所以  $m-2024 \neq 0, |m|-2023 = 1, n+4 \neq 0, |n|-3 = 1$ , 所以  $m = -2024, n = 4$ , 故选 D.

3. **B** 【解析】

A 把  $\begin{cases} x=1, \\ y=4 \end{cases}$  代入方程  $2x-y=6$ , 得左边  $= 2-4 = -2$ . 因为左边  $\neq$  右边, 所以不是方程的解, 不符合题意

B 把  $\begin{cases} x=4, \\ y=2 \end{cases}$  代入方程  $2x-y=6$ , 得左边  $= 8-2 = 6$ . 因为左边  $=$  右边, 所以是方程的解, 符合题意

C 把  $\begin{cases} x=2, \\ y=4 \end{cases}$  代入方程  $2x-y=6$ , 得左边  $= 4-4 = 0$ . 因为左边  $\neq$  右边, 所以不是方程的解, 不符合题意

D 把  $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$  代入方程  $2x-y=6$ , 得左边  $= 4-3 = 1$ . 因为左边  $\neq$  右边, 所以不是方程的解, 不符合题意

#### 思路分析

含有两个未知数, 且含有未知数的项的次数都是一次的方程叫作二元一次方程, 由此解答即可.

#### 关键点拨

将选项中的  $x, y$  的值分别代入方程的左边, 进而可得出答案.

#### 易错警示

注意考虑三角形两边之和大于第三边, 不要遗漏隐含条件.

4. **3** 【解析】把  $\begin{cases} x=3, \\ y=2 \end{cases}$  代入  $mx-y=2m+1$ , 得  $3m-2=2m+1$ , 解得  $m=3$ . 故答案为 3.

5. **A** 【解析】因为碳水化合物含量是蛋白质的 1.5 倍, 且蛋白质的含量为  $x$  g, 所以碳水化合物的含量为  $1.5x$  g. 又因为脂肪的含量为  $y$  g, 碳水化合物、蛋白质与脂肪的含量共 30 g, 所以  $\frac{3}{2}x + x + y = 30$ , 即  $\frac{5}{2}x + y = 30$ , 故选 A.

6.  $\frac{x}{1+10\%} + \frac{y}{1-5\%} = 1000$  【解析】由题意可列二元一次方程为  $\frac{x}{1+10\%} + \frac{y}{1-5\%} = 1000$ , 故答案为  $\frac{x}{1+10\%} + \frac{y}{1-5\%} = 1000$ .

7. 【解】因为三角形的周长为 10, 所以  $2a+b=10$ . 把  $a=3$  代入  $2a+b=10$ , 得  $6+b=10$ , 解得  $b=4$ ; 把  $a=4$  代入  $2a+b=10$ , 得  $8+b=10$ , 解得  $b=2$ . 综上, 该方程的两个解为  $\begin{cases} a=3, \\ b=4, \end{cases}$

$\begin{cases} a=4, \\ b=2. \end{cases}$  (答案不唯一)

8. 【解】(1) 依题意, 得  $(4+8)x+8y=840$ , 即  $12x+8y=840$ .

(2) 由(1)得,  $y=105-\frac{3}{2}x$ . 当  $x=36$  时,  $y=105-\frac{3}{2} \times 36 = 51$ .

(3) 由(2)得, 当  $y=45$  时,  $105-\frac{3}{2}x=45$ , 解得  $x=40$ , 即甲每天做 40 个.